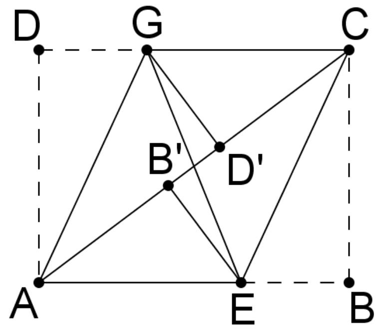
臺中市立臺中第一高級中等學校 109 學年度
學術性向資賦優異【數理類】學生入班鑑定安置計畫
數學學科能力評量　試題卷

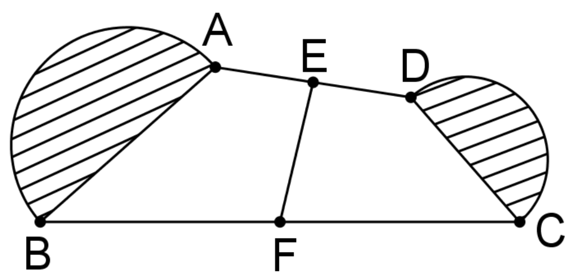
第一部份、填充題：(每題 6 分，合計 72 分)



1. 矩形紙片 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，把 $\angle B$、$\angle D$ 分別沿 $\overline{CE}$、$\overline{AG}$ 翻折，點 B、D 分別落在對角線 $\overline{AC}$ 的點 B' 和 D' 上，則線段 $\overline{EG}$ 的長度為 ___$\sqrt{"\ \#}$___。

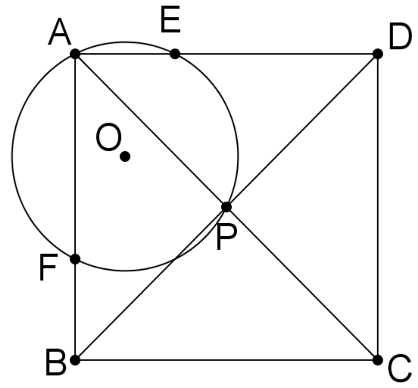
2. 若 a,b,c,d 都是質數且滿足 $a^2+b^2+c^2=78$，$a^2-b^2=cd^2$，則 $a-b+c-d=$ ___\$___。

3. 如圖，在四邊形 $ABCD$ 中，設 $\angle BAD+\angle ADC=270°$，且 E、F 分別為 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 的中點，線段 $\overline{EF}$ 長度為 4，陰影部分分別是以 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為直徑的半圓。則這兩個半圓面積的和是 ___$\%\pi$___。(圓周率為 π)



4. 設 a、b、c 是一個三角形的三邊長，a 是正整數，若 a 為此三角形的最長邊長，滿足 $a^2+2b-10c-12=0$，$a+2b-5c-3=0$，則 $a=$ ___&___。

5. 如圖，已知四邊形 $ABCD$ 為正方形，圓 O 過正方形的頂點 A 和對角線的交點 P，並分別與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 交於 F、E。若圓 O 半徑為 $\sqrt{3}$ ，$\overline{AB}=2+2\sqrt{2}$ ，$2\overline{AE}<\overline{AD}$，求 ΔAEP 面積為 ____' $+\sqrt{(}$____。



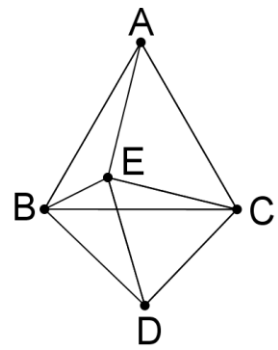
6. 若二次方程式 $mx^2+nx+n=0$ 的一個實根與另一個二次方程式 $mx^2+mx+n=0$ 的一個實根之乘積等於 1，試求方程式 $6nx^4+29mx^3-26mx^2+14nx+12m=0$ 的所有有理解(根)的和為 ____$\frac{)}{*}$____。

7. 已知實數數列 a_1+a_2 ，a_2+a_3 ，a_3+a_4 ，…，a_n+a_{n+1} ，…為一等差數列，若 $a_1=1$ ，$a_2=2$ 且 $a_{721}=0$ ，則 $a_1+a_2+\cdots+a_{722}=$ ____+ , -____。

8. 從連續正整數 1,2,3,…,2021 中隨意選取 1010 個不同數，使得其和為 1031165，則所選取的數字中至少有____.____個奇數。

9. 已知拋物線 $y=x^2+7x+11$ 上有兩相異點對稱於直線 $x+y=0$，則此兩相異點的距離為 $\underline{\quad / \ \sqrt{0} \quad}$。(化為最簡根式)

10. 如圖，ΔABE 與 ΔCDE 均是正三角形，若 $\angle AEB=145°$，則 $\angle DBE$ 的度數是 $\underline{\quad 1\ 2 \quad}$ 度。



11. 將 16 本相同的書全部分給 4 個班級，每個班級至少有一本書，且各班所得書的數量互不相同，
則共有 $\underline{\quad 3\ 4\ 5 \quad}$ 種不同的分配方法。

12. 設 n 是正整數且使得 $(31.5)^n+(32.5)^n$ 為正整數，則所有可能值 n 的總和為 $\underline{\quad 6\ 7 \quad}$。

第二部份、填充題：(每題 7 分，合計 28 分)

13. 從連續正整數$1,2,3,\cdots,13$中取出k個不同的數，使得取出的數中，任兩個數的差，既不等於 5，也不等於 8，則k的最大值是 8 。

14. 對於每個正整數n，設$f(n)$表示$1+2+3+\cdots+n$的和之個位數字（如$f(1)=1$，$f(2)=3$，$f(3)=6$，$f(4)=0$）。試計算$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2020)=$ 9：；< 。

15. 已知a，b，c，d為相異實數，若$a+b=8$，$cd=12$，$ad+bc=28$，$ab+c+d=23$，求$a^3+b^3+c^3+d^3=$ =>? 。

16. 求方程式$\sqrt{2x^2+x+5}+\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{x^2-3x+13}$的所有實數解(根)之和為 $\frac{@A}{B}$ 。(化為最簡分數)

試題結束