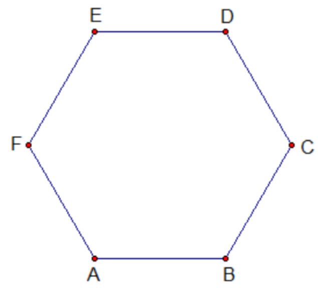
國立竹北高中　111 學年度第 1 學期　第 1 次教師甄選

數學科　試題卷

(請考生自填)　准考證號碼：＿＿＿＿＿＿＿＿　　姓名：＿＿＿＿＿＿

填充題第一部分：每題 6 分,共 30 分

1. 右圖為邊長為 1 之正六邊形 $ABCDEF$，若 $a=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，



$b=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，$c=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AE}\right|+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$，

$d=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AF}\right|+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$，則 a,b,c,d 中的最大數值為＿＿＿＿＿。

(作答請勿以 a,b,c,d 表示)

2. 已知直線 L_1：$\frac{x+1}{4}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+3}{-1}$ 和 L_2：$\frac{x}{4}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-6}{-2}$ 為兩歪斜線，求 L_1 與 L_2 的距離為＿＿＿＿＿。

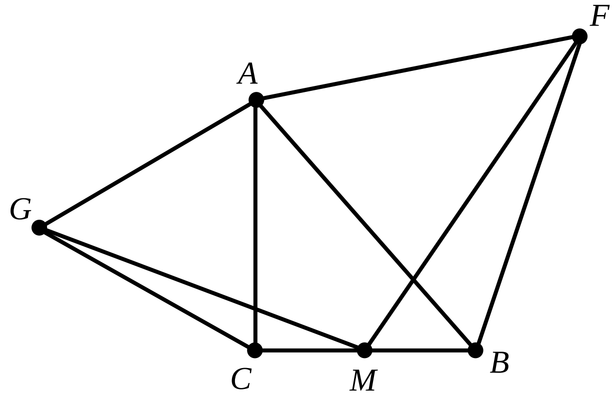
3. 長方形紙片 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AD}=2\sqrt{3}$，若將此長方形紙片沿 $\overline{AC}$ 摺起，使 ΔADC 與 ΔABC 所夾的兩面角為 $30°$，此時 $\angle BAD=\theta$，則 $\cos\theta=$＿＿＿＿＿＿＿。

4. 若圓 O_1 與圓 O_2 的半徑比為 $2:3$，且圓 O_1 與圓 O_2 交於 A,B 兩點。過 B 點做一直線分別交圓 O_1 及圓 O_2 於 C,D 兩點，且 $\angle CAD=\frac{2}{3}\pi$，則 $\tan\angle ACD=$＿＿＿＿＿＿＿。

5. 求座標平面上 $|13x-10y+6|+|17x+13y-2|\le 339$ 的區域面積為＿＿＿＿＿＿。

填充題第二部分：每題 7 分,共 70 分

1. 如圖，設$\triangle ABC$中，$\angle C = 90^\circ$，以$\overline{AB}$、$\overline{AC}$為邊向外各作正三角形$\triangle ABF$和$\triangle ACG$，點M是$\overline{BC}$中點。若$\overline{MF}=11$，$\overline{MG}=7$，則$\overline{BC}$的長度為＿＿＿＿＿＿＿＿。



2. 設函數$f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$，滿足$f\left(1-\dfrac{1}{1+t}\right)+f\left(\dfrac{1+t}{t}\right)\log(1+t)=f\left(\dfrac{1+t}{t}\right)\log t+2022$，

則$f(1000)=$＿＿＿＿＿。

3. 設$\begin{cases} a_0=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ a_n=\left(\dfrac{1+a_{n-1}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (n\ge 1)\end{cases}$，試求$\lim\limits_{n\to\infty}4^n(1-a_n)$的值為＿＿＿＿＿＿＿＿。

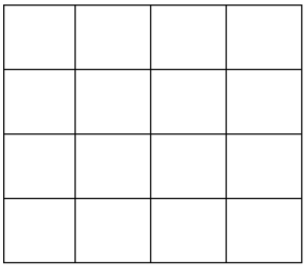
4. 設直線$ax+by=c$的係數可以在$0,1,2,3$這 4 個數字中選取，其中數字可重複選取，

則a,b,c的值共可決定n條不同的直線，則$n=$＿＿＿＿＿＿＿＿。

5. 已知多項式$f(x),g(x)$皆為實係數多項式，且$\deg f(x)=3,\deg g(x)=2$。
若$f(3-2i)=g(3-2i)=0$，$f(0)=13$，$f(1)=16$，$g(0)=26$，$f(x),g(x)$的函數圖形交於P點，直線L為多項式函數$f(x)$在P點的切線，且直線L與多項式函數$f(x)$所圍成的封閉區域面積為F；直線L與多項式函數$g(x)$所圍成的封閉區域面積為G，則$\dfrac{F}{G}=$＿＿＿＿。

6. 若對所有 $\theta \in \mathrm{R}$ ，複數 $z=(a+\cos\theta)+(2a-\sin\theta)i$ 的絕對值不超過 2，則實數 a 的範圍為____________。

7. 將 2 個 a 和 2 個 b 共 4 個字母填在右圖中所示的 16 個小方格內，每個小方格內至多填 1 個字母，若要求相同字母不同行也不同列，則共有________種不同的填法。



8. 拋物線 $y^2=4cx\ (c>0)$ 的焦點為 F，準線為 L。A、B 是拋物線上的兩動點，且滿足 $\angle\mathrm{AFB}=\dfrac{\pi}{3}$，設線段 AB 的中點 M 在 L 上的投影點為 N，則 $\dfrac{\overline{MN}}{\overline{AB}}$ 的最大值為____________。

9. 某百貨研究六位成年人每週逛街時數 X(小時)與購物消費 Y(萬元)之間的相關性，統計的過程中，有些數據不小心被墨汁滴到，如下表所示。已知戊的購物消費大於己的購物消費。調查結果得知逛街時數 X 與購物消費 Y 之間的相關係數為 r，且購物消費 Y 對逛街時數 X 的迴歸直線斜率為 m，試求 (r, m)=____________。

成年人代號	甲	乙	丙	丁	戊	己	平均	變異數
逛街時數 X(小時)	15	9	10	●	12	6	10	●
購物消費 Y(萬元)	12	10	7	7	●	●	8	$\dfrac{16}{3}$

10. 已知級數 $\dfrac{1}{5}+\dfrac{4}{5^2}+\dfrac{7}{5^3}+\cdots+\dfrac{28}{5^{10}}=\dfrac{p+q\times\dfrac{1}{5^{10}}}{r}$，其中 p,q,r 皆為整數，且 p,q,r 三數兩兩互質，則 $p+q+r=$________________。