

新竹市立建功高中 111 年第一次正式教師甄選【國中數學】試題卷

一、填充題第一部分(每題 4 分，共 11 題，佔 44 分)

1. 如下表所示，求格子內所有數字和為\_\_\_\_\_。

$3^0$	$3^1$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$
$3^1$	$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$	$3^6$
$3^2$	$3^3$	$3^4$	$3^5$	$3^6$	$3^7$
$3^3$	$3^4$	$3^5$	$3^6$	$3^7$	$3^8$
$3^4$	$3^5$	$3^6$	$3^7$	$3^8$	$3^9$
$3^5$	$3^6$	$3^7$	$3^8$	$3^9$	$3^{10}$

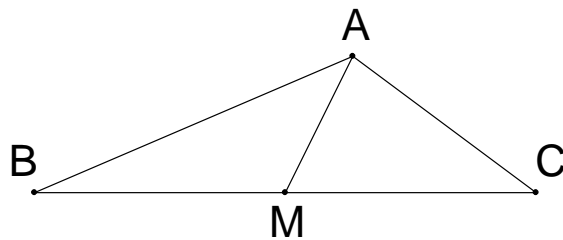
2. A、B、C 三位男同學與班上另外六位男同學一起組團參加旅行，某旅社恰有甲、乙、丙三人房共三間，求 A、B、C 三人恰有兩人住同房間之機率=\_\_\_\_\_。

3. 已知  $36a^2 + 6a + 1 = 0$ ，求  $(6a)^{10} + \frac{1}{(6a)^7} =$ \_\_\_\_\_。

4. 已知  $\triangle ABC$  的三邊長為  $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{13}$ 、4，則  $\triangle ABC$  的面積=\_\_\_\_\_。

5. 設  $n$  為正整數且  $d$  為 0、1、2、3、...、9 其中一數，若  $\frac{n}{810} = 0.\overline{d25}$  ( $d25$  循環)，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

6. 如下圖： $\triangle ABC$  中， $\overline{AC} = 10$ 、 $\overline{BC} = 22$ ， $M$  為  $\overline{BC}$  中點且  $\overline{AM} = 7$ ，則  $\overline{AB} =$ \_\_\_\_\_。



7. 已知數列  $(a_n)$ ， $a_1 = 2$ 、 $a_2 = 5$  且  $a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ ，則  $a_{2022} =$ \_\_\_\_\_。

8. 若  $x$ 、 $y$  為有理數，則方程式  $3^{3y} \cdot 2^{3x} = 3^{2x} \cdot 2^{-y-1}$  之解為\_\_\_\_\_。

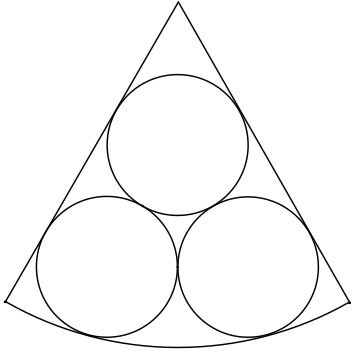
9. 設  $x = \sqrt[3]{\sqrt{2}+1} + \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$ ，則  $x^3 - 3x$  之值為\_\_\_\_\_。

10. 設  $a > 1$ 、 $b > 1$ 、 $c > 1$ ，若  $4(\log_a c - \log_b c) = 15 \log_{ab} c$ ，則  $\log_a b$  之值為\_\_\_\_\_。

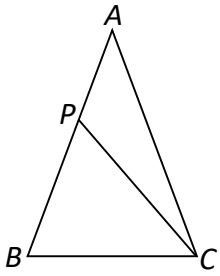
11. 設  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ ，則  $f(1) + f(2) + \dots + f(2022) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{2022}\right)$  之值為\_\_\_\_\_。

二、填充題第二部分(每題 5 分，共 8 題，佔 40 分)

1. 如圖所示，三個半徑為 1 的圓切於扇形內且彼此外切，試求此扇形的半徑=\_\_\_\_\_。



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，且 $P$ 為 $\overline{AB}$ 邊上的一點使得 $\angle APC = 120^\circ$ ，則 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BC}} =$ \_\_\_\_\_。

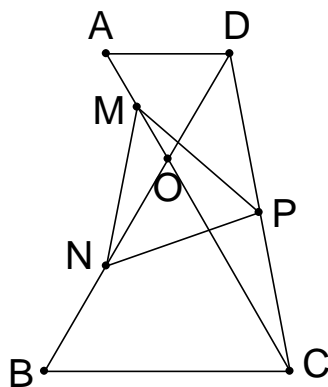


3. 疫情影響，學校教職員分流上班(部分教職員居家辦公，部分到校辦公)，考慮一周五個工作天，若學校希望教務主任及 2 位組長，3 人每天至少有 2 人到校辦公，每人當周最多 3 天居家辦公(其中最多連續 2 天)，則 3 人的居家辦公安排方式共\_\_\_\_\_種。

4. 假設： $\frac{3^2-1^2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4^2-2^2}{2 \times 3 \times 4} + \frac{5^2-3^2}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{111^2-109^2}{109 \times 110 \times 111} = a - \frac{1}{b} - \frac{2}{c}$ ，則  $a+b+c =$ \_\_\_\_\_。

5. 已知三角形三個高分別為 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $h$ ，若 $h$ 的範圍為  $a < h < b$ ，則  $a+b =$ \_\_\_\_\_。

6. 如圖：已知 $\triangle ADO$ 、 $\triangle OBC$ 皆為正三角形， $\overline{AO} = 2$ 、 $\overline{BO} = 4$ 且 $D$ 、 $O$ 、 $B$ 三點共線， $M$ 、 $N$ 、 $P$ 分別為 $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{DC}$ 中點，則 $\triangle MNP$ 面積=\_\_\_\_\_。



7. 兩圓分別為  $C_1: x^2 + y^2 = 25$  與  $C_2: (x-10)^2 + y^2 = 4$ ，已知此二圓有四條公切線，其中兩條之斜率為正，且其交角為  $\theta$ ，則  $\sin \theta$  之值為\_\_\_\_\_。
8. 現有編號 1、2、3、...、9 的卡片 9 張，甲從其中任選 3 張，乙再從剩下的卡片選 3 張，並且依下列規則比大小：
- 第一回合：兩人手中最大號碼的卡片比較數字大小；
- 第二回合：兩人手中第二大號碼的卡片比較數字大小；
- 第三回合：兩人手中最小號碼的卡片比較數字大小；
- 每回合數字大者該回合獲勝，三回合獲勝較多者為贏家。則甲有兩回合獲勝的情況有\_\_\_\_\_種。

三、計算題(每題 8 分，共 2 題，佔 16 分)

1. 在坐標平面上，若直線  $y = ax + b$  (其中  $a$ 、 $b$  為實數) 與二次函數  $y = x^2$  的圖形恰交於一點，亦與二次函數  $y = x^2 - 2x + 3$  的圖形恰交於一點，則  $a, b$  的值各為何?

2. 已知對於每一個正整數  $n$ ，有  $a_n > 0$  且  $\sum_{i=1}^n a_i^3 = \left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2$ ，試證： $a_n = n$ 。