教育部受託辦理111學年度
公立高級中等學校教師甄選

公告用

數學科 試題

作答注意事項

1. 本試題共兩部分：選擇題 12 題，及綜合題 2 大題，共計100分；
2. **選擇題請用2B軟心鉛筆在答案卡劃記，綜合題限用藍色、黑色原子筆或鋼筆在答案本上作答，但繪圖時得使用黑色鉛筆。**
3. 本科不可以使用電子計算器。

第一部分：選擇題（共40分）

一、單選題（每題3分，共24分）

(C) 1. 若 $P(10,6)$，$Q(-1,5)$兩點在直線$3x-2y+k=0$的兩側，其中k為整數，則所有滿足此條件之k值，一共有多少個？

(A)28　(B)29　(C)30　(D)31。

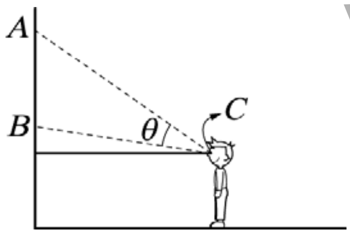
(C) 2. 三次函數$y=px^3-3px^2+(3p+q)x-p-q+6$圖形的對稱中心為下列哪一個選項？

(A)$(p，q)$　(B)$(0，6)$　(C)$(1，6)$　(D)$(6，1)$。

(B) 3. 若a、b為實數，則$\sqrt{(4-b)^2+3^2}+\sqrt{(a-b)^2+a^2}+\sqrt{(4-a)^2+(3-a)^2}$之最小值為何？

(A)$4\sqrt{2}$　(B)$5\sqrt{2}$　(C)$2\sqrt{10}$　(D)$3\sqrt{10}$。

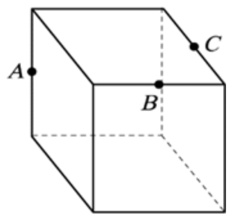
(B) 4. 小明到畫廊賞畫(如圖)，牆壁上懸掛一幅山水畫AB，A點，B點分別離地4公尺，2公尺高，若小明的眼睛C離地1.5公尺高，則C離牆壁多遠時，他對該幅「山水畫」的視角θ最大？



(A)$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$公尺　(B)$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$公尺　(C)$\sqrt{5}$公尺　(D)$2\sqrt{5}$公尺。

(B) 5. 如圖，A, B, C分別為正立方體三稜的中點，則過A, B, C三點的平面與此正立方體的截痕形狀為何？

(A)六邊形　(B)五邊形　(C)四邊形　(D)三角形。



(C) 6. $x-10+10^x=0$的解為$x=\alpha$，$x-10+\log x=0$的解為$x=\beta$，則$10^\alpha+\log\beta$為何？

(A)1　(B)5　(C)10　(D)100。

(C) 7. 求值$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(4n+1)^2+(4n+2)^2+(4n+3)^2+\cdots+(4n+3n)^2}{n^3}=$

(A)24　(B)33　(C)93　(D)279。

(D) 8. 小明、小華兩人玩「讀心術」遊戲。小明對小華說：「3087是一個魔術數字，你在心裡想一個三位數的正整數a，將a乘上3087後，會是一個六位數或是七位數，乘完後拿掉一個數字，把剩下的數字亂數排列後告訴我……」小華經過計算後告訴小明：「953210。」此時，小明對小華說：「你沒說出來的數字是★……對吧！」請問：「★」所代表的數字為何？

(A)4　(B)5　(C)6　(D)7。

公告用

二、複選題（每題4分，共16分，全對才給分）

(BD) 9. 設兩歪斜線 $L_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{3-z}{-2}$、$L_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+2}{2}$，平面 $E:2x-y=6$。若 A 點在 L_1 上，B、C 兩點在 L_2 上，且 ΔABC 為正三角形。請選出所有的正確選項？

(A)直線 L_2 與平面 E 平行

(B)當 ΔABC 有最小面積時，A 點坐標為 $(1,2,1)$

(C)當 ΔABC 有最小面積時，A 點在直線 L_2 的垂足坐標為 $H(0,-6,-4)$

(D) ΔABC 的最小面積為 $3\sqrt{3}$。

(AC) 10. 已知多項式函數 $f(x)=x^3-9x^2+26x-28$，請選出所有正確的選項？

(A)函數 $f(x^2-4x+3)$ 除以 $(x-3)$ 的餘式為 -28

(B) $f(2+\sqrt{2})=4\sqrt{2}+10$

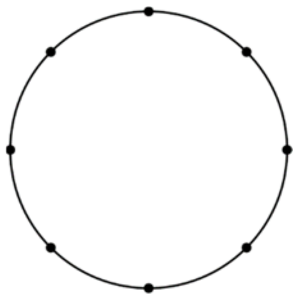
(C)若函數 $f(x)$ 的圖形在點 $(2,-4)$ 的一次近似直線為 L，則 L 與坐標軸圍成的三角形面積為16平方單位

(D)不等式 $f(x)<2$ 的正整數解有5個。

(BCD) 11. 一袋中有 10 個紅球，5 個黑球，若小華每次從袋中抽一球，看完顏色後又將球放回袋中，若連續出現三次同一顏色球就停止。a 為恰好抽三次停止的機率；b 為在第一次抽中紅球的情況下，恰好在第四次停止的條件機率；c 為在第一、二次都抽中黑球的情況下，恰好在第五次停止的條件機率。則下列哪些選項是正確的？

(A) $a\le b$ (B) $b<c$ (C) $c\le a$ (D) $a=b+c$。

(ABCD) 12. 已知圓周上有8個不同的等分點，選出正確的選項：



(A)以這些點為頂點，可決定24個直角三角形

(B)以這些點為頂點，可決定24個鈍角三角形

(C)以這些點為頂點，可決定8個銳角三角形

(D)以這些點為頂點，可決定70個四邊形。

第二部分：綜合題（共60分）

一、填充題（每題4分，共36分）

1.已知 a,b 為實數，且 $a+b=13$，試求 2^a+4^b 的最小值？ 768 。

2.已知圓 O 的圓心在原點，半徑為20。假設甲、乙兩人皆作等速率圓周運動，皆從圓 O 上一點 $R(20,0)$ 依逆時針方向繞著此圓周同時出發，若甲的速率是乙的2倍，試問當甲繞行一圈後第二次走到點 $(12,16)$ 時，則試問此時乙的位置 (x,y) 坐標為何？ $(-8\sqrt{5},-4\sqrt{5})$

3.小青隨機地從1, 2, 3,…, 20中取一個數A，小玲再隨機地從1, 2, 3,…, 20中任取一個異於A的數B。試求 $|B-A|\ge 3$ 的機率？ $\dfrac{153}{190}$

4.將方程式 $x^4+2x^2+4=0$ 的四個根在複數平面上依逆時針標示為 A、B、C、D 四點，則凸四邊形 $ABCD$ 面積為 $2\sqrt{3}$

公告用

5.已知實數$a>1$，正方形$ABCD$的面積為144，其中$\overline{AB}$與 x 軸平行，且A、B、C分別為函數 $y=\log_a x$，$y=2\log_a x$，$y=3\log_a x$圖形上的點，試求$a^3+a^{-3}=$ $\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$

6.設$f(x)=x^3+3x^2-4x-2$，$g(x)=x^4+6x^3+5x^2-16x-2$，且α,β,γ為$f(x)=0$的三個根，則

$\frac{1}{g(\alpha)}+\frac{1}{g(\beta)}+\frac{1}{g(\gamma)}=$ $\underline{\quad 1 \quad}$

7.三位以上的正整數(包含三位數)從左到右，數字愈來愈小的有$\underline{\quad 968 \quad}$個。

8.方程式$x^2+y^2=|x|+|y|$所圍成區域的面積為$\underline{\quad \pi+2 \quad}$。

9.坐標平面上，若直線$y=ax+b$(其中a,b為實數)與二次函數$y=x^2$的圖形恰交於一點，亦與二次函數$y=(x-2)^2+12$的圖形恰交於一點，則$a-b=$ $\underline{\quad 15 \quad}$。

二、計算證明題（每題8分，共24分）

1.對所有的正整數n，若數列$\langle a_n\rangle$的前n項之和$a_1+a_2+\cdots+a_n=4n^2$恆成立，求

$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{a_2+a_4+\cdots+a_{2n}}-\sqrt{a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}})$之值為何？

2.(1)已知自然常數$e=\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$，試寫出$\frac{d}{dx}(\ln x)$並證明之。

(2)已知$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k)(2k-1)}$，求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$__________。

3.設k為實數，若x的方程式$(\log 6x)(\log 3x)+k=0$有兩相異正根，求k之範圍與此兩根之積。

公告用