

國立竹北高中 111 學年度第 1 學期 第 1 次教師甄選

數學科 試題卷

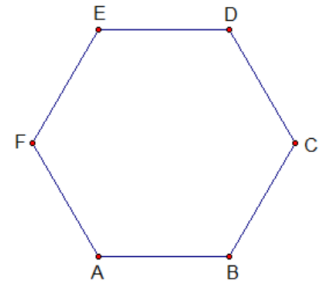
(請考生自填) 准考證號碼：_____ 姓名：_____

填充題第一部分：每題 6 分,共 30 分

1. 右圖為邊長為 1 之正六邊形 $ABCDEF$ ，若 $a = \left| \vec{AB} \times \vec{AC} \right| + \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ，

$$b = \left| \vec{AB} \times \vec{AD} \right| + \vec{AB} \cdot \vec{AD}，c = \left| \vec{AB} \times \vec{AE} \right| + \vec{AB} \cdot \vec{AE}，$$

$$d = \left| \vec{AB} \times \vec{AF} \right| + \vec{AB} \cdot \vec{AF}，則 a, b, c, d 中的最大數值為_____。$$



(作答請勿以 a, b, c, d 表示)

2. 已知直線 $L_1: \frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ 和 $L_2: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-6}{-2}$ 為兩歪斜線，求 L_1 與 L_2 的距離為_____。

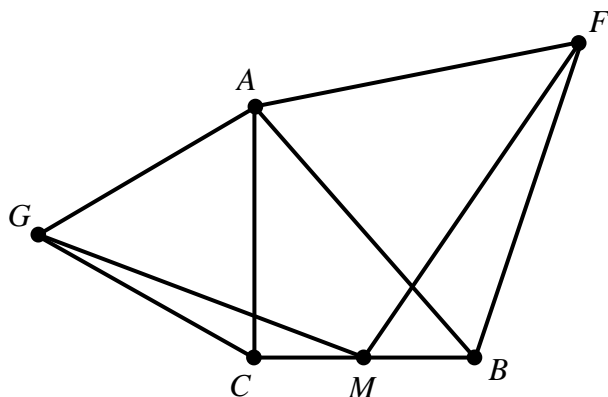
3. 長方形紙片 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ ，若將此長方形紙片沿 \overline{AC} 摺起，使 $\triangle ADC$ 與 $\triangle ABC$ 所夾的兩面角為 30° ，此時 $\angle BAD = \theta$ ，則 $\cos \theta =$ _____。

4. 若圓 O_1 與圓 O_2 的半徑比為 $2:3$ ，且圓 O_1 與圓 O_2 交於 A, B 兩點。過 B 點做一直線分別交圓 O_1 及圓 O_2 於 C, D 兩點，且 $\angle CAD = \frac{2}{3}\pi$ ，則 $\tan \angle ACD =$ _____。

5. 求座標平面上 $|13x - 10y + 6| + |17x + 13y - 2| \leq 339$ 的區域面積為_____。

填充題第二部分：每題 7 分,共 70 分

1. 如圖，設 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊向外各作正三角形 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACG$ ，點 M 是 \overline{BC} 中點。若 $\overline{MF} = 11$ ， $\overline{MG} = 7$ ，則 \overline{BC} 的長度為_____。



2. 設函數 $f:(0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ，滿足 $f\left(1 - \frac{1}{1+t}\right) + f\left(\frac{1+t}{t}\right) \log(1+t) = f\left(\frac{1+t}{t}\right) \log t + 2022$ ，
則 $f(1000) =$ _____。

3. 設 $\begin{cases} a_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a_n = \left(\frac{1+a_{n-1}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} (n \geq 1)$ ，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} 4^n(1-a_n)$ 的值为_____。

4. 設直線 $ax + by = c$ 的係數可以在0,1,2,3這4個數字中選取，其中數字可重複選取，
則 a, b, c 的值共可決定 n 條不同的直線，則 $n =$ _____。

5. 已知多項式 $f(x), g(x)$ 皆為實係數多項式，且 $\deg f(x) = 3, \deg g(x) = 2$ 。
若 $f(3-2i) = g(3-2i) = 0$ ， $f(0) = 13$ ， $f(1) = 16$ ， $g(0) = 26$ ， $f(x), g(x)$ 的函數圖形交於 P 點，直線 L 為多項式函數 $f(x)$ 在 P 點的切線，且直線 L 與多項式函數 $f(x)$ 所圍成的封閉區域面積為 F ；直線 L 與多項式函數 $g(x)$ 所圍成的封閉區域面積為 G ，則 $\frac{F}{G} =$ _____。

6. 若對所有 $\theta \in \mathbf{R}$ ，複數 $z = (a + \cos \theta) + (2a - \sin \theta)i$ 的絕對值不超過 2，則實數 a 的範圍為_____。

7. 將 2 個 a 和 2 個 b 共 4 個字母填在右圖中所示的 16 個小方格內，每個小方格內至多填 1 個字母，若要求相同字母不同行也不同列，則共有_____種不同的填法。

8. 拋物線 $y^2 = 4cx$ ($c > 0$) 的焦點為 F ，準線為 L 。A、B 是拋物線上的兩動點，且

滿足 $\angle AFB = \frac{\pi}{3}$ ，設線段 AB 的中點 M 在 L 上的投影點為 N，則 $\frac{MN}{AB}$ 的最大值為_____。

9. 某百貨研究六位成年人每週逛街時數 X (小時)與購物消費 Y (萬元)之間的相關性，統計的過程中，有些數據不小心被墨汁滴到，如下表所示。已知戊的購物消費大於己的購物消費。調查結果得知逛街時數 X 與購物消費 Y 之間的相關係數為 r ，且購物消費 Y 對逛街時數 X 的迴歸直線斜率為 m ，試求 $(r, m) =$ _____。

成年人代號	甲	乙	丙	丁	戊	己	平均	變異數
逛街時數 X (小時)	15	9	10	●	12	6	10	●
購物消費 Y (萬元)	12	10	7	7	●	●	8	$\frac{16}{3}$

10. 已知級數 $\frac{1}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{7}{5^3} + \dots + \frac{28}{5^{10}} = \frac{p + q \times \frac{1}{5^{10}}}{r}$ ，其中 p, q, r 皆為整數，且 p, q, r 三數兩兩互質，則 $p + q + r =$ _____。