桃園市立武陵高級中學 111 學年度第一學期第 1 次正式教師甄選

數學科初試試題卷　　甄選證號：__________(請自行填寫)

※ 應試說明：1. 請將答案填寫至答案卷。2.試題卷請於交卷時繳回，<u>禁止攜出試場</u>。

一、填充題 A(每題 6%共 36%)

1. $a>1$，曲線 $y=\left|\frac{x^2}{2}-1\right|$，與圓 $x^2+(y-a)^2=r^2$ 恰好交於 3 點，求 $a=$______

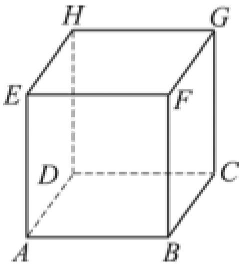
2. $a,b,c,x_1,y_1,z_1,x_2,y_2,z_2,x,y,z$ 皆為實數，且
$\left(\begin{vmatrix} a & b \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} b & c \\ y_1 & z_1 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} c & a \\ z_1 & x_1 \end{vmatrix}\right)=(1,2,3)$ ，$\left(\begin{vmatrix} a & b \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} b & c \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} c & a \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}\right)=(4,5,6)$
若 x,y,z 滿足 $ax+by+cz=0$ ，求 $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z$ 之最小值__________

3. 0~9 共 10 個數字，任取 n 個數字排列(可重複) ，請問包含偶數個 9(含沒有 9)的排列有__________種

4. 甲乙兩人比賽桌球，約定比賽進行到有一人比另一人多贏 2 局，或者打滿 6 局時比賽結束。設甲在每局中獲勝的機率均為 $\frac{3}{4}$，且各局勝負互不影響。則比賽結束時，已賽局數 X 的期望值 $E(X)=$_____

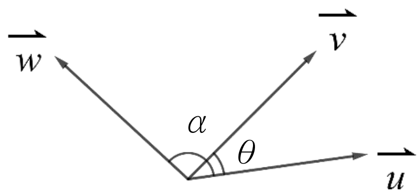
5. $\omega^{503}=1$，$\omega\neq 1$，求 $\frac{\omega^2}{\omega-1}+\frac{\omega^4}{\omega^2-1}+\frac{\omega^6}{\omega^3-1}+...+\frac{\omega^{1004}}{\omega^{502}-1}=$______

6. 有一個大正立方體由 27 個單位正立方體堆疊組成，今有一平面垂直平分大正立方體之內部對角線 $\overline{AG}$，則該平面會與______個單位正立方體相交



二、填充題 B(每題 8%共 32 分)

7.如圖，$\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 的夾角為 θ，$\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{w}$ 的夾角為 α，且 $\left|\overrightarrow{u}\right|=\left|\overrightarrow{v}\right|=\left|\overrightarrow{w}\right|$，若 $\overrightarrow{w}=f(\theta,\alpha)\overrightarrow{u}+g(\theta,\alpha)\overrightarrow{v}$，試求 $f(\theta,\alpha)+g(\theta,\alpha)=$______



8. 拋物線 $\Gamma_1: y=x^2-2x+2$ 與 $\Gamma_2: y=-x^2+ax+b$，其中一個交點在兩拋物線所作的切線互相垂直，且 $a,b>0$。求 ab 的最大值：______

9. 將方程式 $y^4-2xy^2+2x^2-4=0$ 圖形所圍成的封閉區域繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積為______

10. 已知正數a,b,c滿足 $5c-3a\le b\le 4c-a$ ， $c\ln b\ge a+c\ln c$，求 $\dfrac{b}{a}$ 的範圍：______ (以區間記號表達)