

復習測驗



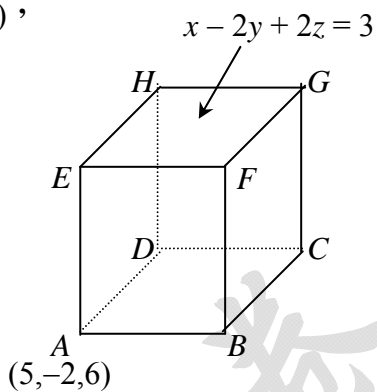
RA345

(全國公私立高中第二次學科能力測驗 2008.11.13)

一、選擇題：(1~5 單選每題 5 分, 6~11 題多選題每題 5 分, 共 55 分)

- 在坐標平面上滿足 $x+y=2$ 與 $x^2+y^2<36$ 的點構成圖形 Γ ，對於圖形 Γ 的描述，下列哪一個選項是正確的？_____。
(1) 只有兩點 (2) 圓弧 (3) 一線段不含兩端點 (4) 一線段含兩端點 (5) 僅一點。
- 下列實數何者最大？_____。
(1) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$ (3) $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$ (4) $\frac{\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{5}$ (5) $\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ 。
- 試問： $100!+2$ ， $100!+3$ ， $100!+4$ ， \dots ， $100!+99$ 等 98 個連續正整數中，共有幾個是質數？_____。
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 25 個 (5) 99 個。
- 關於分數 $\frac{1}{7}$ 的敘述，下列何者正確？_____。
(1) 等於 0.142857 (2) 小於 0.142857 而差為 $\frac{1}{7 \times 10^6}$
(3) 小於 0.142857 而差為 $\frac{1}{7 \times 10^7}$ (4) 大於 0.142857 而差為 $\frac{1}{7 \times 10^6}$
(5) 大於 0.142857 而差為 $\frac{1}{7 \times 10^7}$ 。
- 以 x^2+3x+2 除 x^{99} 的餘式為何？_____。
(1) $2^{99}-1$ (2) $2^{99}(x+3)$ (3) $(2^{99}-1)x+2^{99}-2$ (4) $(2^{99}-1)x+2^{99}-1$
(5) $2^{98}(x+1)$ 。
- 設 $y = \log_a x$ 且 $a > 0$ ，下列哪些選項是正確的？_____。
(1) 若 $x=1$ ，則 $y=0$ (2) 若 $x=a$ ，則 $y=1$ (3) 若 $a > 1$ ， $x=-1$ ，則 y 是虛數
(4) 若 $a > 1$ ， $0 < x < 1$ ，則 y 恆小於 0，且當 x 愈接近 0， y 的值愈小
(5) 若 $0 < a < 1$ ， $0 < x < 1$ ，則 y 恆小於 0，且當 x 愈接近 0， y 的值愈小。
- 設 n 為正整數，則下列哪些數一定是 $n^2(n^2-1)$ 的因數？_____。
(1) 2 (2) 3 (3) 5 (4) 12 (5) 24。

8. 如圖，在空間坐標系中，有一個正立方體 $ABCD-EFGH$ ，它的面 $EFGH$ 所在的平面方程式為 $x-2y+2z=3$ ，且點 A 坐標為 $(5,-2,6)$ ，則下列哪些選項是正確的？_____。



- (1) 平面 $ABCD$ 的方程式為 $x-2y+2z=21$
 (2) 此正立方體的邊長為6
 (3) 直線 \overleftrightarrow{AE} 的對稱比例式為 $\frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-6}{2}$
 (4) E 點坐標為 $(3,2,2)$
 (5) 直線 \overleftrightarrow{AG} 與直線 \overleftrightarrow{CF} 會相交於一點。

9. 已知空間中二歪斜線 $L_1: \frac{x-5}{3} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z-1}{-2}$ ， $L_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{2}$ ，

下列哪些選項是正確的？_____。

- (1) 包含 L_1 且平行 L_2 的平面方程式為 $2x+3y-6z=7$
 (2) L_1 與 L_2 的公垂線段長為9
 (3) L_1 與 L_2 的公垂線段的兩端點為 $(2,-1,3)$ 與 $(4,2,-3)$
 (4) L_1 與 L_2 的公垂線方程式為 $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-6}$
 (5) L_1 上之點 $(5,-7,1)$ 在直線 L_2 上的投影點為 $(4,2,-3)$ 。

10. 過點 $P(5,0)$ 作圓 $C: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$ 的二切線，其切點為 A 與 B ，下列哪些選項是正確的？_____。

- (1) 線段 \overline{AP} 的長度是5 (2) 線段 \overline{AB} 的長度是 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ (3) $\cos \angle APB = \frac{3}{5}$
 (4) 二切線方程式為 $4x+3y-20=0$ 與 $3x-4y-15=0$
 (5) 直線 \overleftrightarrow{AB} 的方程式為 $7x-y-10=0$ 。

11. 空間坐標系中，點 $P(x,y,z)$ 為球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z = 0$ 上的點，則下列哪些選項是正確的？_____。

- (1) $x-2y-2z$ 的最大值為16 (2) $x-2y-2z$ 的最小值為0
 (3) $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$ 的最大值為81
 (4) $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$ 的最小值為9
 (5) 平面 $E: x-2y-2z=9$ 與球面 S 相交之圓的周長為 6π 。

二、填充題：(每題 5 分，共 45 分)

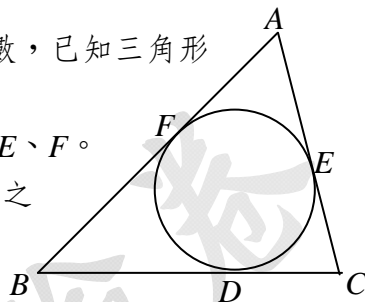
A. 設方程式 $\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + 1} = x$ 共有 k 個實根，則 $k =$ _____。

B. 對任意實數 x 而言， $3^{x^2+2x+k} \geq 27$ 恆成立，則 k 的最小值為 _____。

C. 設一三角形的三邊長皆不相等且其各邊長度為正整數，已知三角形的周長小於 14，則這種三角形共有 _____ 個。

D. 如右圖，設圓 O 內切於三角形 ABC ，三切點為 D 、 E 、 F 。

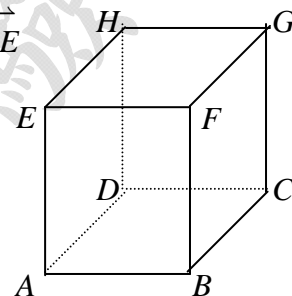
已知 $\overline{AF} = 6$ ， $\overline{BF} = 8$ ，且圓 O 的半徑為 4，則三角形之最大邊的邊長為 _____。



E. 如右圖， $ABCD-EFGH$ 為邊長 12 的正立方體。

若 P 點在正立方體的內部且滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

已知向量 \overrightarrow{AP} 與向量 \overrightarrow{AB} 的夾角 θ ，則 $\cos\theta =$ _____。



F. 複數平面上 A 、 B 、 C 三點的複數坐標分別為 $5+5i$ 、 $2+i$ 、 ki ， k 為實數。欲使 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 最小時， k 之值為 _____。

G. 已知一元三次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的三根為 α 、 β 、 γ 且 $\alpha + \beta + \gamma = 2$ ， $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 14$ ， $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 20$ ，其中 a, b, c 為實數，則 $a + 2b + 3c =$ _____。

H. 若 x, y, z 為不等於 0 的實數且滿足 $\frac{xy}{x+y} = 1$ ， $\frac{xz}{x+z} = 2$ ， $\frac{yz}{y+z} = 3$ ，則 $x =$ _____。

I. 已知 A 、 B 、 C 、 D 為同一平面上相異四點。在四邊形 $ABCD$ 中， $\angle C = 60^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{AD} = 46$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。

RA345(全國公私立高中第二次學科能力測驗 2008.11.13)

一、選擇題：1.(3) 2.(4) 3.(1) 4.(4) 5.(3) 6.(1)(2)(4) 7.(1)(2)(4)

8.(1)(2)(3)(4) 9.(3)(4) 10.(1)(4)(5) 11.(2)(3)(4)(5)

二、填充題：A.1 B.4 C.5 D.15 E. $\frac{3}{\sqrt{109}}$ F. $\frac{15}{7}$ G.6 H. $\frac{12}{7}$ I.62

賴老師的測驗卷