

新竹市立建功高中 110 年第一次正式教師甄選【國中數學】解答卷

一、基礎題

1	2	3	4	5
1	$\frac{14}{3}$	5	14	5
6	7	8	9	10
8	$4\pi$	$\frac{x(x+1)(x+4)}{(x+2)(x+3)}$	2	156
11	12	13	14	15
7:5	-24	3	-15	2
16	17	18	19	20
C>A>B	-4	$\frac{9}{4}$	9	79

二、進階題

21	22	23	24	25
11	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{12}{25}$	142
26	27	28	29	30
$2-\sqrt{3}$	40	$\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{3}-\sqrt{22}}{4}$	9	12
31	32	33	34	
38664	61	21	2021	

三、計算題

1
42 (計算過程略)
2
33 : 16 (計算過程略)
3
$\sqrt{5}-2$ (計算過程略)

# 新竹市立建功高中 110 年第一次正式教師甄選【國中數學】試題卷(共四頁)

本試題卷共三大題，前兩大題為「基礎填充題」及「進階填充題」，請將答案直接書寫在答案卷的格子中；第三大題為「計算題」，請將計算過程及對應的題號書寫在答案卷第 2 頁~第 6 頁，若沒有計算過程或題號標示不清，則不予計分。

一、基礎題(每題 2.5 分，共 20 題)

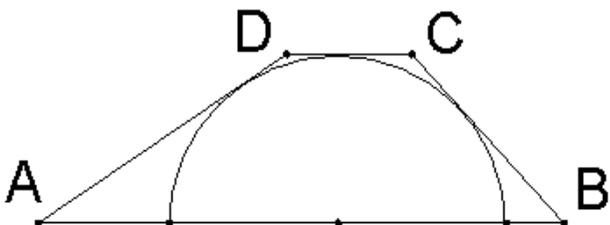
1. 計算： $2020 \div 2020 \frac{2020}{2021} + \frac{1}{2022} =$ \_\_\_\_\_

2. 設兩數  $m$ 、 $n$ ，若  $(m-n):(m+n):(mn)=1:7:8$ ，則  $m+n =$ \_\_\_\_\_。

3. 設  $f(n)$  表示  $\frac{1}{7}$  的小數點後第  $n$  位數字，則  $f(5^{2021}) =$ \_\_\_\_\_

4. 某一凸  $n$  邊形其中的  $(n-1)$  個內角和  $= 2021^\circ$ ，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

5. 如下圖：梯形  $ABCD$  內部有一與三邊相切之半圓，圓心  $O$  在  $AB$  上，已知  $\overline{AD}=3$ 、 $\overline{BC}=2$ ，則  $\overline{AB} =$ \_\_\_\_\_



6. 若  $a-1=b+1=c+3$ ，求  $a^2+b^2+c^2$  的最小值 = \_\_\_\_\_

7. 直角三角形  $ABC$  中， $\angle A=90^\circ$ ， $\overline{AB}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$ ， $\overline{AC}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓面積 = \_\_\_\_\_

8. 若  $x$  個麵包師傅在  $(x+1)$  天可做出  $(x+2)$  個麵包，維持一樣速度的話， $(x+3)$  個麵包師傅要生產  $(x+4)$  個麵包需 \_\_\_\_\_ 天？(以  $x$  表示)

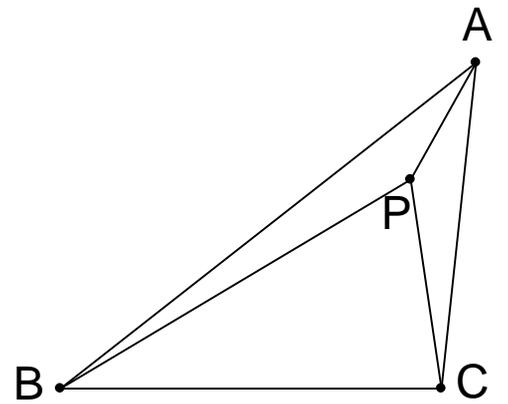
9. 設  $x$ 、 $y$  為兩個正整數，用 7 去除  $x$ ，餘數為 3，用 7 去除  $y$ ，餘數為 2，則用 7 去除  $4x - xy + 5y$  的餘數為 \_\_\_\_\_

10. 一個正整數 $n$ ，若加上 100 是一個完全平方數，再加上 68 又得到另一個完全平方數，則這個正整數為\_\_\_\_\_
11. 建功星球的北半球，陸地與海洋面積之比為 3：7，又南半球陸地與海洋面積之比為 13：2，則建功星球表面積陸地與海洋面積之比為\_\_\_\_\_
12. 二次函數 $y = 5 + 3x - x^2$ 之圖形沿著 $x$ 軸向右移動 5 單位，再沿著 $y$ 軸向下移動 2 單位，所得之圖形與 $y = -x^2 + ax + b$ 之圖形重疊，則 $a + b =$ \_\_\_\_\_
13. 梯形 ABCD 中， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，如果 $\overline{AB}$ 上取一點 P 使得 $\triangle PAD$ 與 $\triangle PBC$ 相似，則滿足此條件的 P 點共有\_\_\_\_\_個
14. 若 $x^2 + 3x - 5 = 0$ ，則 $x^3 - 14x =$ \_\_\_\_\_
15. 若 $S = 99^2 + 100^2 + 101^2 + 102^2 + 103^2 + 104^2 + \dots + 2021^2$ ，試問 $S$ 的個位數字為\_\_\_\_\_
16. 設 $A = \frac{2^{100}+1}{2^{99}+1}$ 、 $B = \frac{2^{101}+1}{2^{102}+1}$ 、 $C = \frac{2^{104}+1}{2^{103}+1}$ ，則 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三數的大小關係為\_\_\_\_\_
17.  $(x^{16} + 3x^3 - 2x^2 + 3x - 7) \div (x^2 + 1)$  的餘式為\_\_\_\_\_
18. 若 $p$ 、 $q$ 實數，不等式 $px^2 + qx + \frac{1}{p} < 0$ 的解為 $x > 8$ 或 $x < 2$ ，則 $p + q =$ \_\_\_\_\_
19. 在坐標平面上  $|x + 2y| = 3$  與  $|x - 2y| = 3$  所圍成的圖形面積為\_\_\_\_\_平方單位
20. 觀察以下數列的規律，若第 105 項的值為 $x$ 、第 106 項的值為 $y$ ，則 $y - x =$ \_\_\_\_\_
- 0, 1, 1, 2, 3, 2, 4, 5, 6, 3, 7, 8, 9, 10, 4, 11, 12, 13, 14, 15, 5, ...
- 二、進階題(每題 2.5 分，共 14 題)
21. 已知 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 皆為正整數且 $x < y < z$ ，若 $xy + yz + zx = xyz$ ，試求： $x + y + z =$ \_\_\_\_\_
22. 已知 $a$ 、 $b$ 為正實數且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$ ，求 $\frac{b}{a} =$ \_\_\_\_\_

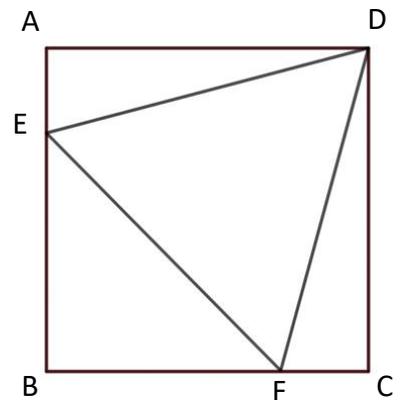
23. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ 、 $\overline{CD}$  為斜邊之高、 $\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AE}$  為  $\angle A$  的角平分線， $E$  在  $\overline{BC}$  上， $\overline{AE}$  與  $\overline{CD}$  交於  $F$  點，則  $\overline{CF} =$  \_\_\_\_\_

24. 已知  $A_n$ 、 $B_n$  分別表等差數列  $(a_n)$ 、 $(b_n)$  首  $n$  項之和，且對於任意正整數  $n$  皆有  $\frac{a_5}{b_3 + b_{2n-3}} + \frac{a_{2n-5}}{b_7 + b_{2n-7}} = \frac{n}{2n+1}$ ，則  $\frac{A_{23}}{B_{23}} =$  \_\_\_\_\_

25. 如圖：已知  $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點，連  $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$  且  $\angle PBC = 30^\circ$ 、 $\angle PBA = 8^\circ$ 、 $\angle PAB = \angle PAC = 22^\circ$ ，求  $\angle APC =$  \_\_\_\_\_ 度



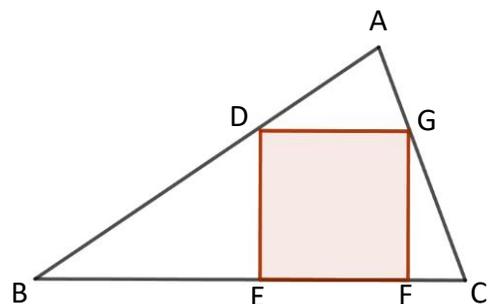
26. 如右圖， $ABCD$  為邊長 1 的正方形， $\triangle DEF$  為正三角形，則  $\triangle BEF$  的面積為 \_\_\_\_\_



27. 已知三角形的三邊上的中線長分別為 5、12、13，那麼這個三角形的面積為？

28.  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{11+\sqrt{6}+\sqrt{5}}} =$  \_\_\_\_\_ (有理化分母)

29. 如圖，正方形  $DEFG$  內接於  $\triangle ABC$ ， $\overline{AB}$  在  $\overline{BC}$  上且  $D$ 、 $G$  分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，已知  $\triangle ADG$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CGF$  的面積分別為 1、3、1，則  $\triangle ABC$  的面積為 \_\_\_\_\_



30. 設實數 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 滿足 $|a - b| = 1$ ， $|b - c| = 2$ ， $|c - d| = 3$ ，試求 $|a - d|$ 所有可以之值的和是多少？

31. 用數字0、1、2、3排成一個四位數字，求算所有的四位數之和？\_\_\_\_\_

32. 設 $x$ 、 $y$ 皆為整數，且 $\begin{cases} xy(x + y) + 30 = 0 \\ x + y + xy + 29 = 0 \end{cases}$ ，則 $x^2 + y^2 =$ \_\_\_\_\_

33. 試求方程式 $x^2 - 3x + \frac{5}{x^2 - 3x - 2} = 8$ 全部實根的乘積為\_\_\_\_\_

34. 若 $abc = 1$ ，解方程式 $\frac{x}{1+a+ab} + \frac{x}{1+b+bc} + \frac{x}{1+c+ca} = 2021$ ， $x =$ \_\_\_\_\_

三、計算題(每題5分，共3題)(需有計算過程，否則不予計分)

1. 已知 $\triangle ABC$ 內切圓與三邊 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$ 切於 $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，若內切圓半徑=4，且 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ 、 $\overline{AF}$ 的長度是連續整數，則 $\triangle ABC$ 之周長=\_\_\_\_\_

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $D$ 為 $\overline{AC}$ 上一點，且 $\overline{BD} = 3$ ，則 $\overline{AD} : \overline{DC} =$ \_\_\_\_\_ (請用國中方法解題，勿使用三角函數或解析幾何)

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\triangle AEF$ 的面積與 $\triangle BCE$ 的面積相等，若 $\triangle ABC$ 的面積為 $a$ 、 $\triangle CEF$ 的面積 $b$ ，則 $\frac{b}{a} =$ \_\_\_\_\_

