

新竹市立建功高中 110 年第一次正式教師甄選【國中數學】解答卷

一、基礎題

1	2	3	4	5
1	$\frac{14}{3}$	5	14	5
6	7	8	9	10
8	4π	$\frac{x(x+1)(x+4)}{(x+2)(x+3)}$	2	156
11	12	13	14	15
7:5	-24	3	-15	2
16	17	18	19	20
C>A>B	-4	$\frac{9}{4}$	9	79

二、進階題

21	22	23	24	25
11	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{12}{25}$	142
26	27	28	29	30
$2-\sqrt{3}$	40	$\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{3}-\sqrt{22}}{4}$	9	12
31	32	33	34	
38664	61	21	2021	

三、計算題

1
42 (計算過程略)
2
33 : 16 (計算過程略)
3
$\sqrt{5}-2$ (計算過程略)

新竹市立建功高中 110 年第一次正式教師甄選【國中數學】試題卷(共四頁)

本試題卷共三大題，前兩大題為「基礎填充題」及「進階填充題」，請將答案直接書寫在答案卷的格子中；第三大題為「計算題」，請將計算過程及對應的題號書寫在答案卷第 2 頁~第 6 頁，若沒有計算過程或題號標示不清，則不予計分。

一、基礎題(每題 2.5 分，共 20 題)

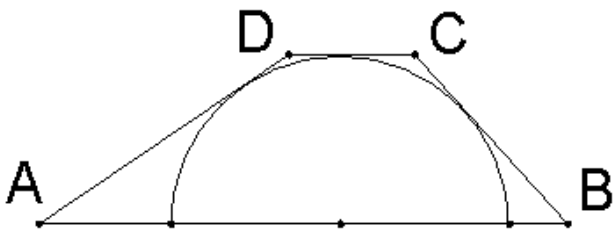
1. 計算： $2020 \div 2020 \frac{2020}{2021} + \frac{1}{2022} =$ _____

2. 設兩數 m 、 n ，若 $(m-n):(m+n):(mn)=1:7:8$ ，則 $m+n =$ _____。

3. 設 $f(n)$ 表示 $\frac{1}{7}$ 的小數點後第 n 位數字，則 $f(5^{2021}) =$ _____

4. 某一凸 n 邊形其中的 $(n-1)$ 個內角和 $= 2021^\circ$ ，則 $n =$ _____。

5. 如下圖：梯形 $ABCD$ 內部有一與三邊相切之半圓，圓心 O 在 AB 上，已知 $\overline{AD}=3$ 、 $\overline{BC}=2$ ，則 $\overline{AB} =$ _____



6. 若 $a-1=b+1=c+3$ ，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值 = _____

7. 直角三角形 ABC 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\overline{AB}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$ ， $\overline{AC}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積 = _____

8. 若 x 個麵包師傅在 $(x+1)$ 天可做出 $(x+2)$ 個麵包，維持一樣速度的話， $(x+3)$ 個麵包師傅要生產 $(x+4)$ 個麵包需 _____ 天？(以 x 表示)

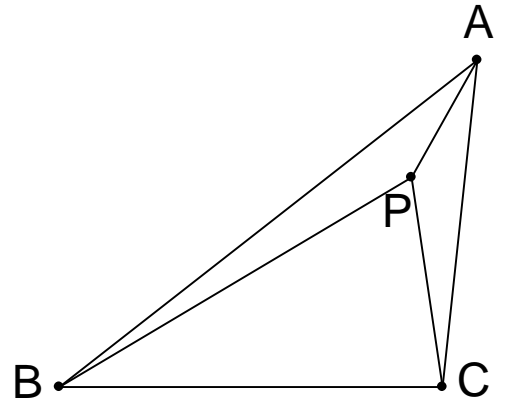
9. 設 x 、 y 為兩個正整數，用 7 去除 x ，餘數為 3，用 7 去除 y ，餘數為 2，則用 7 去除 $4x - xy + 5y$ 的餘數為 _____

10. 一個正整數 n ，若加上 100 是一個完全平方數，再加上 68 又得到另一個完全平方數，則這個正整數為_____
11. 建功星球的北半球，陸地與海洋面積之比為 3:7，又南半球陸地與海洋面積之比為 13:2，則建功星球表面積陸地與海洋面積之比為_____
12. 二次函數 $y = 5 + 3x - x^2$ 之圖形沿著 x 軸向右移動 5 單位，再沿著 y 軸向下移動 2 單位，所得之圖形與 $y = -x^2 + ax + b$ 之圖形重疊，則 $a + b =$ _____
13. 梯形 ABCD 中， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，如果 \overline{AB} 上取一點 P 使得 $\triangle PAD$ 與 $\triangle PBC$ 相似，則滿足此條件的 P 點共有_____個
14. 若 $x^2 + 3x - 5 = 0$ ，則 $x^3 - 14x =$ _____
15. 若 $S = 99^2 + 100^2 + 101^2 + 102^2 + 103^2 + 104^2 + \dots + 2021^2$ ，試問 S 的個位數字為_____
16. 設 $A = \frac{2^{100}+1}{2^{99}+1}$ 、 $B = \frac{2^{101}+1}{2^{102}+1}$ 、 $C = \frac{2^{104}+1}{2^{103}+1}$ ，則 A 、 B 、 C 三數的大小關係為_____
17. $(x^{16} + 3x^3 - 2x^2 + 3x - 7) \div (x^2 + 1)$ 的餘式為_____
18. 若 p 、 q 實數，不等式 $px^2 + qx + \frac{1}{p} < 0$ 的解為 $x > 8$ 或 $x < 2$ ，則 $p + q =$ _____
19. 在坐標平面上 $|x + 2y| = 3$ 與 $|x - 2y| = 3$ 所圍成的圖形面積為_____平方單位
20. 觀察以下數列的規律，若第 105 項的值為 x 、第 106 項的值為 y ，則 $y - x =$ _____
- 0, 1, 1, 2, 3, 2, 4, 5, 6, 3, 7, 8, 9, 10, 4, 11, 12, 13, 14, 15, 5, ...
- 二、進階題(每題 2.5 分，共 14 題)
21. 已知 x 、 y 、 z 皆為正整數且 $x < y < z$ ，若 $xy + yz + zx = xyz$ ，試求： $x + y + z =$ _____
22. 已知 a 、 b 為正實數且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$ ，求 $\frac{b}{a} =$ _____

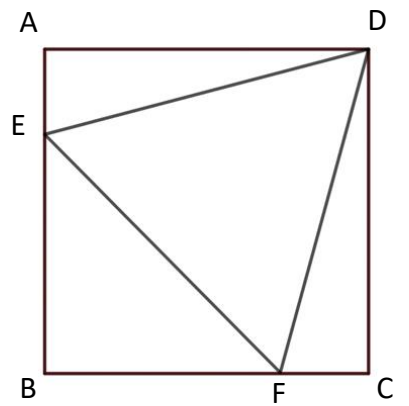
23. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ 、 \overline{CD} 為斜邊之高、 $\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ ， \overline{AE} 為 $\angle A$ 的角平分線， E 在 \overline{BC} 上， \overline{AE} 與 \overline{CD} 交於 F 點，則 $\overline{CF} =$ _____

24. 已知 A_n 、 B_n 分別表等差數列 (a_n) 、 (b_n) 首 n 項之和，且對於任意正整數 n 皆有 $\frac{a_5}{b_3 + b_{2n-3}} + \frac{a_{2n-5}}{b_7 + b_{2n-7}} = \frac{n}{2n+1}$ ，則 $\frac{A_{23}}{B_{23}} =$ _____

25. 如圖：已知 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點，連 \overline{PA} 、 \overline{PB} 、 \overline{PC} 且 $\angle PBC = 30^\circ$ 、 $\angle PBA = 8^\circ$ 、 $\angle PAB = \angle PAC = 22^\circ$ ，求 $\angle APC =$ _____ 度



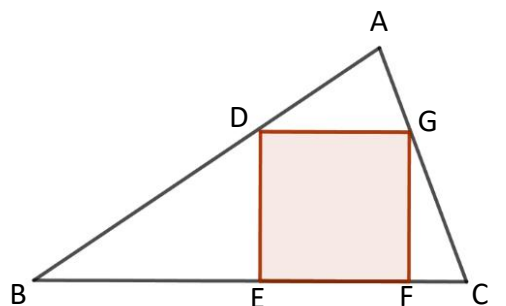
26. 如右圖， $ABCD$ 為邊長 1 的正方形， $\triangle DEF$ 為正三角形，則 $\triangle BEF$ 的面積為 _____



27. 已知三角形的三邊上的中線長分別為 5、12、13，那麼這個三角形的面積為？

28. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{11+\sqrt{6}+\sqrt{5}}} =$ _____ (有理化分母)

29. 如圖，正方形 $DEFG$ 內接於 $\triangle ABC$ ， \overline{AB} 在 \overline{BC} 上且 D 、 G 分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，已知 $\triangle ADG$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CGF$ 的面積分別為 1、3、1，則 $\triangle ABC$ 的面積為 _____



30. 設實數 a 、 b 、 c 、 d 滿足 $|a - b| = 1$ ， $|b - c| = 2$ ， $|c - d| = 3$ ，試求 $|a - d|$ 所有可以之值的和是多少？

31. 用數字0、1、2、3排成一個四位數字，求算所有的四位數之和？_____

32. 設 x 、 y 皆為整數，且 $\begin{cases} xy(x + y) + 30 = 0 \\ x + y + xy + 29 = 0 \end{cases}$ ，則 $x^2 + y^2 =$ _____

33. 試求方程式 $x^2 - 3x + \frac{5}{x^2 - 3x - 2} = 8$ 全部實根的乘積為_____

34. 若 $abc = 1$ ，解方程式 $\frac{x}{1+a+ab} + \frac{x}{1+b+bc} + \frac{x}{1+c+ca} = 2021$ ， $x =$ _____

三、計算題(每題5分，共3題)(需有計算過程，否則不予計分)

1. 已知 $\triangle ABC$ 內切圓與三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 切於 D 、 E 、 F ，若內切圓半徑=4，且 \overline{BD} 、 \overline{CE} 、 \overline{AF} 的長度是連續整數，則 $\triangle ABC$ 之周長=_____

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ， D 為 \overline{AC} 上一點，且 $\overline{BD} = 3$ ，則 $\overline{AD} : \overline{DC} =$ _____ (請用國中方法解題，勿使用三角函數或解析幾何)

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\triangle AEF$ 的面積與 $\triangle BCE$ 的面積相等，若 $\triangle ABC$ 的面積為 a 、 $\triangle CEF$ 的面積 b ，則 $\frac{b}{a} =$ _____

