國立新竹高級中學110學年度第1學期第1次教師甄選初試數學科試題

一、填答題：(50%，每題5%，請在對應的題號欄中寫出答案即可。)

1. 將12個大小寫的英文字母A,B,C,D,E,F,a,b,c,d,e,f打亂，兩兩任意配成6對，求大小寫同義(如：Aa為同義配對，AB、Ab不是同義配對)至少2對的方法數。

2. 某農場中有一直排單向的西瓜田，田中目前只有五顆成熟但大小不同的西瓜。瑪莉奉命到西瓜田裡採一顆成熟且最大的西瓜，只能摘一次，而且錯過不能回頭。瑪莉的策略是：最先看到的兩顆成熟西瓜無論如何都不採，接下去只要看到比這兩顆更大的成熟西瓜，就直接採摘，不再猶豫。若按照瑪莉的策略，則她採摘到最大成熟西瓜的機率為何？

3. 設數列$\lt a_n \gt$的前n項和$S_n=2a_n-1$，$n\in N$，數列$\lt b_n \gt$滿足$b_1=3$，$b_{n+1}=a_n+b_n$，$n\in N$，求數列$\lt b_n \gt$的前n項和的值。(以n表示)

4. 若$0^\circ \le x^\circ < 360^\circ$且$\sin 20^\circ=\sqrt{3}\cos 40^\circ+\sin x^\circ$，則$x=$？

5. 空間中，已知$\overrightarrow{OA}=(3,3,1)$、$\overrightarrow{OB}=(4,2,0)$、$\overrightarrow{OC}=(3,-6,-9)$，$H$為異於原點$O$的點。若$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OH}$方向上的正射影分別為$\overrightarrow{OH}$、$2\overrightarrow{OH}$、$3\overrightarrow{OH}$，則$\left|\overrightarrow{OH}\right|=$？

6. 已知$A(-2,0)$，$B(-1,4)$，P點在橢圓Γ：$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=1$上，求$\overline{PA}+\overline{PB}$的最小值。

7. 設O為ΔABC的外心，且$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$，求$\sin\angle BAC$的值。

8. 已知某實係數方程式$x^3+ax^2+bx+c=0$的三根和為-2且各根的絕對值皆為1，求數組(a,b,c)=？

9. 已知z為一複數，且滿足$Arg(\dfrac{z+k}{z})=\dfrac{\pi}{6}$及$Arg(\dfrac{z+2k}{z+k})=\dfrac{\pi}{4}$，其中$k>0$，求$\dfrac{k}{z}$的值。

10. 已知一數列$\langle a_n\rangle$中，$a_1=1$，$a_2=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+2}=\sqrt{a_na_{n+1}}$，$n\in N$，求$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$=？