

新北市立高級中等學校 110 學年度教師聯合甄選

## 數學科 試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算題 2 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷請使用黑色或藍色原子筆作答。
- 五、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市立高級中等學校 110 學年度教師聯合甄選  
數學科 試題

一、填充題：60%，每題 6 分。

1. 在滿足  $11x^2 - 16xy + 11y^2 = 1$  的實數數對  $(x, y)$  中， $x^2 + y^2$  的最大可能值為何？
2. 設  $E$  為坐標空間中通過  $(0, 0, 0)$ 、 $(1, -1, 2)$ 、 $(0, 3, 0)$  三點的平面，且點  $(3, 4, -4)$  與平面  $E$  距離最近的點為  $P$  點，則  $P$  點坐標為何？
3. 設  $f(x)$  為不超過三次的實係數多項式函數，已知圖形  $y = f(x)$  通過  $(0, -2)$  與  $(3, 0)$  兩點，且該圖形在這兩點的切線皆通過點  $(2, 0)$ ，則  $f(x) = ?$
4. 在三角形  $ABC$  中，已知  $3\cos A + 5\sin B = 6$ ， $3\sin A + 5\cos B = -1$ ，則  $\sin C = ?$
5. 方程式  $\log_2 \log_4 x - \log_4 \log_2 x = \frac{1}{2}$  的實數解  $x = ?$
6. 從 1 到 9 的自然數中隨機取出三數，且隨機變數  $X$  表示這三數中最小的數字，則期望值  $E(X) = ?$
7. 不等式  $|x+y| + |x+2y| + |2x+y| \leq 8$  在  $xy$ -平面上所表示區域面積為？
8. 複數平面上以原點為中心的單位圓中，有一內接四邊形，其頂點為  $z_1, z_2, z_3, z_4$ ，且
$$S_n = z_1^n + z_2^n + z_3^n + z_4^n$$
若  $S_1 = 0$  且  $S_2 = 1$ ，則此四邊形面積是多少？
9. 已知一正三角形內有一點  $P$ ， $P$  點到三頂點的距離分別為 3、4、5，則此正三角形面積為何？
10. 用 1、2、3、4 這四數字排成長度為 5 的字串，其中 1 出現偶數次的字串有多少個？(例如：22311 就是其中一個，22334 也是)

二、計算題：40%，每小題 10 分。

1. 坐標平面上有一條拋物線  $\Gamma: y^2 = x + 4$ ，在  $\Gamma$  上取三點  $A(0, 2)$ 、 $B$ 、 $C$ ，使得直線  $AB$  與直線  $BC$  垂直，試求  $C$  點的  $y$  坐標範圍。(10 分)

2. 已知  $xyz \neq 0$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  不全為零，且滿足下列方程組

$$\begin{cases} a = \frac{by}{z} + \frac{cz}{y} \\ b = \frac{cz}{x} + \frac{ax}{z} \\ c = \frac{ax}{y} + \frac{by}{x} \end{cases}$$

證明：

(a)  $a^3x^3 + b^3y^3 + c^3z^3 + abcxyz = 0$  (10 分)

(b)  $\frac{zy}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = -1$  (10 分)

(c)  $a^3 + b^3 + c^3 - 5abc = 0$  (10 分)

新聞稿專用