

新北市立高級中等學校 110 學年度教師聯合甄選

數學科 試題

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卷准考證號碼、姓名是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：填充題 10 題，計算題 2 題。
- 三、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、答案卷請使用黑色或藍色原子筆作答。
- 五、答案卷與試題卷須一起繳交，始可離開試場。

新聞稿專用

新北市立高級中等學校 110 學年度教師聯合甄選
數學科 試題

一、填充題：60%，每題 6 分。

1. 在滿足 $11x^2 - 16xy + 11y^2 = 1$ 的實數數對 (x, y) 中， $x^2 + y^2$ 的最大可能值為何？
2. 設 E 為坐標空間中通過 $(0, 0, 0)$ 、 $(1, -1, 2)$ 、 $(0, 3, 0)$ 三點的平面，且點 $(3, 4, -4)$ 與平面 E 距離最近的點為 P 點，則 P 點坐標為何？
3. 設 $f(x)$ 為不超過三次的實係數多項式函數，已知圖形 $y = f(x)$ 通過 $(0, -2)$ 與 $(3, 0)$ 兩點，且該圖形在這兩點的切線皆通過點 $(2, 0)$ ，則 $f(x) = ?$
4. 在三角形 ABC 中，已知 $3\cos A + 5\sin B = 6$ ， $3\sin A + 5\cos B = -1$ ，則 $\sin C = ?$
5. 方程式 $\log_2 \log_4 x - \log_4 \log_2 x = \frac{1}{2}$ 的實數解 $x = ?$
6. 從 1 到 9 的自然數中隨機取出三數，且隨機變數 X 表示這三數中最小的數字，則期望值 $E(X) = ?$
7. 不等式 $|x+y| + |x+2y| + |2x+y| \leq 8$ 在 xy -平面上所表示區域面積為？
8. 複數平面上以原點為中心的單位圓中，有一內接四邊形，其頂點為 z_1, z_2, z_3, z_4 ，且
$$S_n = z_1^n + z_2^n + z_3^n + z_4^n$$
若 $S_1 = 0$ 且 $S_2 = 1$ ，則此四邊形面積是多少？
9. 已知一正三角形內有一點 P ， P 點到三頂點的距離分別為 3、4、5，則此正三角形面積為何？
10. 用 1、2、3、4 這四數字排成長度為 5 的字串，其中 1 出現偶數次的字串有多少個？(例如：22311 就是其中一個，22334 也是)

二、計算題：40%，每小題 10 分。

1. 坐標平面上有一條拋物線 $\Gamma: y^2 = x + 4$ ，在 Γ 上取三點 $A(0, 2)$ 、 B 、 C ，使得直線 AB 與直線 BC 垂直，試求 C 點的 y 坐標範圍。(10 分)

2. 已知 $xyz \neq 0$ ， a 、 b 、 c 不全為零，且滿足下列方程組

$$\begin{cases} a = \frac{by}{z} + \frac{cz}{y} \\ b = \frac{cz}{x} + \frac{ax}{z} \\ c = \frac{ax}{y} + \frac{by}{x} \end{cases}$$

證明：

(a) $a^3x^3 + b^3y^3 + c^3z^3 + abcxyz = 0$ (10 分)

(b) $\frac{zy}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = -1$ (10 分)

(c) $a^3 + b^3 + c^3 - 5abc = 0$ (10 分)

新聞稿專用