

# 臺中市立臺中第一高級中等學校 110 學年度第 1 次教師甄選 數學科 測驗題公告

## 壹、填充題第一部分(每題 5 分，合計 25 分)

1. 若滿足  $2^k \cdot 4^m \cdot 8^n = 512$  之正整數  $(k, m, n)$  共有  $a$  組，滿足  $4^p \cdot 3^q \cdot 6^r = 2^{11} \cdot 6^{16}$  之正整數  $(p, q, r)$  共有  $b$  組，則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。
2. 設  $x, y, z, u$  均為實數，方陣  $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $C = \begin{bmatrix} 4 & -26 \\ -3 & 18 \end{bmatrix}$ ，已知  $A$  的反方陣乘以  $B$  等於  $C$ ，則序對  $(x, y, z, u) =$  \_\_\_\_\_。
3. 已知  $x > 1$  且滿足  $\log_4 x - \log_x 8 + 2 = 0$ ，則  $2(\log_2 x)^3 + 9(\log_2 x)^2 - 7(\log_2 x) - 3 =$  \_\_\_\_\_。
4. 有一體積為  $18\sqrt{3}$  的四面體  $ABCD$ ，若  $\triangle ABC$  為邊長 6 的正三角形，且  $\overline{CD} = \overline{BD}$ ，半平面  $ABC$  和半平面  $DBC$  的兩面角為  $60^\circ$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
5. 已知線段  $\overline{PQ}$  之長為 10，且線段  $\overline{PQ}$  上有一點  $R$  使  $\overline{PR} : \overline{RQ} = 3 : 2$ 。若  $P$  在  $x$  軸上移動， $Q$  在  $y$  軸上移動，動點  $R$  所形成的圖形為  $\Gamma$ ，若點  $(2, 0)$  與  $\Gamma$  上之點，距離的最大值為  $M$ 、最小值為  $m$ ，則數對  $(M, m) =$  \_\_\_\_\_。

## 貳、填充題第二部分(每題 7 分，合計 56 分)

6. 串生創造一個數列  $\langle a_n \rangle$ ，若  $a_1 = x$ 、 $a_2 = y$  ( $x, y$  為正整數)，且對所有正整數  $n$  皆滿足  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ 。已知創造出的數列  $\langle a_n \rangle$  中有一項是 115，則  $x + y$  的最小值為 \_\_\_\_\_。
7. 若  $f(x)$  為滿足  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 36$ 、 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = -36$ 、 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 0$ 、 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2} = 0$  之最低次多項式，則  $f(3) =$  \_\_\_\_\_。
8. 由樣本空間  $S$  得到兩個隨機變數  $X, Y$ ，已知  $E(X) = 1$ 、 $E(X^2) = 3$ 、 $E(Y) = 2$ 、 $E(Y^2) = 5$ 、 $E(XY) = 3$ ，則  $\text{Var}(3X - 2Y + 7) =$  \_\_\_\_\_。
9. 已知四個實數  $a, b, c, d$ ，滿足  $abcd = -5$ ， $a(b-1)(c-1)(d-1) = 11$ ， $a(b-2)(c-2)(d-2) = 33$ ， $a(b-3)(c-3)(d-3) = 73$ ，則  $a(b+1)(c+1)(d+1)$  的值為 \_\_\_\_\_。
10. 已知三次函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  (其中  $a, b, c, d \in R$  且  $a \neq 0$ )，若函數  $f(x)$  的對稱中心為  $(1, 2)$ ，且局部看函數  $y = f(x)$  的圖形在  $x = 2$  附近近似於一條斜率為  $-4$  的直線，則  $\left| \frac{b^2 + c^2 + d^2}{a} \right|$  的最小值為 \_\_\_\_\_。
11. 有  $A, B, C$  三個箱子，每箱內皆有六顆球，分別為兩個 1 號球、兩個 2 號球、兩個 3 號球。今甲、乙兩人均自每個箱子內各取一球，甲先取、乙後取，取後皆不放回，則兩人各取得三個球。若自  $A, B, C$  箱內取得球的號碼分別為百位數、十位數、個位數，則乙取得的三位數大於甲取得的三位數的機率為 \_\_\_\_\_。
12. 若  $x \in R$ ，滿足  $6^{x+1} - 3 \cdot 8^x + 2 \cdot 27^x - 36^x = 0$ ，則  $\frac{x}{2x-1} =$  \_\_\_\_\_。
13. 在長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ ，今將此長方形沿對角線  $\overline{AC}$  折起。若折起後的半平面  $ACD$  與半平面  $ABC$  所夾的兩面角為  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ )，則  $\overline{BD}$  的長度為 \_\_\_\_\_ (以  $\theta$  表示)。