國立彰化師範大學數學系 106 學年度大學甄選
個人申請入學第二階段指定項目甄試考試
第 一 試

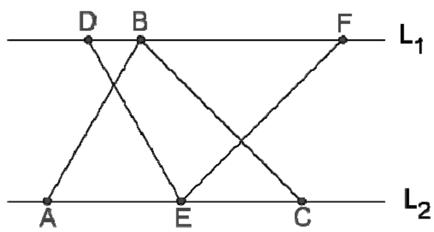
※填充題：以下 10 題中請選 8 題作答(請將答案依題號填入答案卷的空格內)。

1. 有編號由 1 至 6 號的六條繩子，且每一條的兩端分別標記"+"及"−"。每一條繩子的"+"端必須連結到另一條繩子的"−"端，依此規則可以圍出一至數個繩圈。請問可能的組合方式共有多少種？

2. 設 (a,b) 為右半平面上一點(即 $a>0$) 且它與直線 $x+y=0$, $x-y=0$ 及 $x+2y=2$ 的距離比為 $1:2:1$,求 a 的所有可能值。

3. 設 $A(1,1,1)$ 、 $B(2,a,b)$ 為空間中兩點，對任意實數 c ， A 、 B 兩點投影到平面 $E_c:(1+c)x+(1-2c)y+(1-c)z=0$ 的點分別記為 A_c 及 B_c 。若線段 $\overline{A_cB_c}$ 的長恆為定值(與 c 無關)，求 (a,b) 。

4. 如右圖，直線 $L_1 \parallel L_2$ ， ΔABC 與 ΔDEF 為全等且可任意移動之兩三角形，保持 D,B,F 三點恆在 L_1 上，而 A,E,C 三點恆在 L_2 上。已知 $\angle A=60^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $\overline{AC}=1$ ，求兩三角形重疊部分面積的最大值。



5. 利用 $\begin{bmatrix}\cos A & -\sin A\\ \sin A & \cos A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos B & -\sin B\\ \sin B & \cos B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos(A+B) & -\sin(A+B)\\ \sin(A+B) & \cos(A+B)\end{bmatrix}$，求 $\begin{bmatrix}\frac{2\sqrt{3}}{3} & -\frac{2}{3}\\ \frac{2}{3} & \frac{2\sqrt{3}}{3}\end{bmatrix}^{100}$.

6. 設正整數 a,b,c 滿足 $a-b+3=0$ 且 $a^2+2b=c^2$ ，求 (a,b,c).

7. 已知 α,β 為 $x^2+2\cos\frac{\pi}{7}x+1=0$ 之兩根，求 $\left|\alpha^n-\beta^n\right|$ 的最大值，其中 n 為正整數。

8. 已知 $\left(\log_2 3\ \log_3 4\right)^{\log_x 2}=2$ ，求 x 。

9. 假如三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(0)=f(1)=f(2)=4$ 且 $f(3)=16$, 求 $f(x)$.

10. 若 m,n 為自然數且 $n>1$ ，則 m^n 稱為冪方數，求小於 1000 的冪方數之個數。

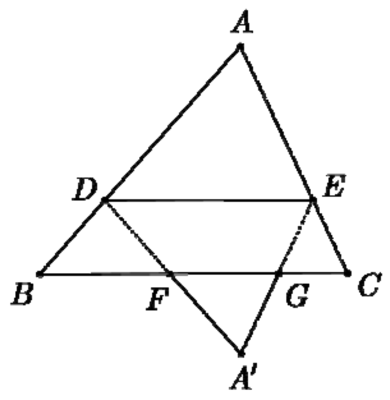
國立彰化師範大學數學系 106 學年度大學甄選
個人申請入學第二階段指定項目甄試考試
第 二 試

注意事項：<u>以下 5 題中請選 4 題作答</u>請將<u>完整的計算證明步驟</u>依題號寫在答案卷上。

1. 將$1,2,3\cdots,10$等10個自然數隨機排成一個數列，求事件“奇數的排列順序為$1,3,5,7,9$且偶數的排列順序為$10,8,6,4,2$”的機率.

2. 設 $f(x),g(x),h(x)$是實係數多項式，且首項係數為 1, $f(x),g(x),h(x)$的次數分別為8,7,4. 已知 $f(x)$除以$g(x)$的餘式為$2x^3-5x^2+5x+4$, $g(x)$除以$h(x)$的餘式$s(x)$的次數少於 3, 且 $f(x)$被$h(x)$整除，求$s(x)$.

3. 有一張三角形的紙片(記為ΔABC)，其中$\overline{BC}$為 10，設D在$\overline{AB}$上而E在$\overline{AC}$上，且$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$，將紙片沿著$\overline{DE}$對折(如右圖所示)，如果$A'FBDECG$的面積恰為原紙片面積的$\frac{2}{3}$，求$\overline{DE}$之長.



4. 證明對所有正整數$n>2$, $\dfrac{\log_2(n+1)}{\log_2 n}<1+\dfrac{1}{n}$ 恆成立。

5. 設A,B,C 為圓上三點，D為圓內部一點，已知$\overline{DA}=\overline{DB}=a,\overline{DC}=b,$且$\angle ADB=\theta,\angle ADC=\angle BDC.$求此圓的半徑(以$a,b,\theta$ 表示出來).