

# 國立台南女中九十三年學年度教師甄試數學科試題卷

共有十題，每題 10 分

1. 求  $x^{30}$  除以  $(x+1)^2(x^2+1)$  的餘式 = \_\_\_\_\_
2.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=40$ ， $\overline{BC}=32$ ， $\overline{AC}=36$ ， $P$  和  $Q$  二點分別在邊  $\overline{AB}$  和  $\overline{AC}$  上，使得  $\triangle APQ$  與四邊形  $PBCQ$  面積相等且它們的周長也相等，試求  $\overline{PQ} =$  \_\_\_\_\_
3. 設袋中有大小相同紅球 4 個、白球 6 個，今從袋中一次取一球，取後不放回，直到所有紅球皆取到時才停止。設  $X$  表示停止時，所取球的次數，求 (1)  $X=7$  的機率 = \_\_\_\_\_；(2)  $X$  的期望值 = \_\_\_\_\_
4. 設  $x, y \in \mathbb{R}$ ， $4x^2 - 24xy + 11y^2 + 40x + 30y - 145 = 0$   
求  $(x-4)^2 + (y-3)^2$  的最小值 = \_\_\_\_\_
5. 設  $a_n > 0$ ， $n=1,2,3,\dots,2004$  且  $\sum_{n=1}^{2004} a_n = 1$ ，試證： $\sum_{n=1}^{2004} \frac{1}{1-a_n} > 2005$
6. 將一等差數列  $1,4,7,10,13,\dots,997,1000$ ，全部乘起來得  $S$ ，則  $S$  末尾共有連續多少個 0？(如  $20040000$  末尾共有連續 4 個 0)
7. 函數  $f(x)=x^2+1+\sqrt{x^4-8x+8}$  在  $x =$  \_\_\_\_\_ 時有最小值 \_\_\_\_\_
8. 四面體  $ABCD$  中  $\overline{AB}=2$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\angle BAC = \angle BAD = \angle CAD = 60^\circ$ ，  
則四面體  $ABCD$  的體積 = \_\_\_\_\_
9. 多項式  $(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7+x^8)^{10}$  的展開式中  $x^6$  項的係數為 \_\_\_\_\_
10. 過原點  $(0,0)$  有三條直線與  $y=x^3+kx^2+1$  相切，求  $k$  範圍