

國立台南一中 109 學年度第一學期第一次段考高二數學 A 試題

範圍：第一單元～第四單元

命題教師：陳建良

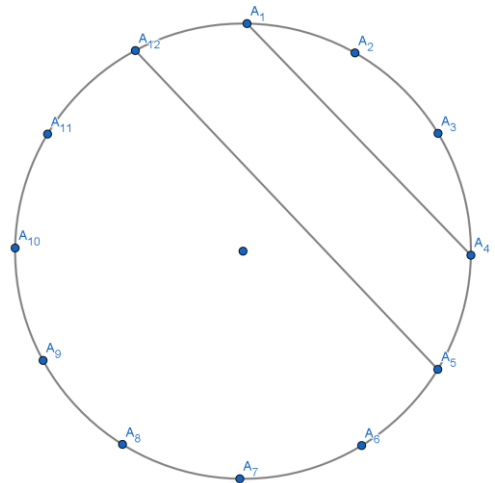
一、填充題(每題 5 分，共 75 分)

1. 設 $-\pi < x < \pi$ ，則方程式 $\tan x + x = 0$ 共有 _____ 個解。

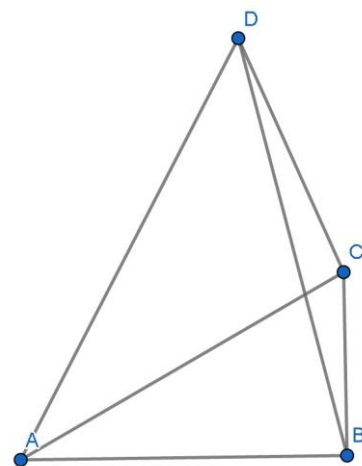
2. 將函數 $y = \cos x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，在水平伸縮 $\frac{1}{3}$ 倍，並鉛直伸縮 4 倍，最後向上平移 5 單位，得函數： _____

3. 設 $a = \sin \pi^\circ$ ， $b = \cos \pi$ ， $c = \sin 1$ ， $d = \cos 1^\circ$ ，求其大小順序： _____

4. 半徑 2 的圓周上有 12 個等分點，連接 $\overline{A_1A_4}$ 、 $\overline{A_5A_{12}}$ ，求此兩弦和圓所圍成的區域面積為 _____



5. 如圖，設 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 為相似三角形，且 $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ ，若 $\triangle ABC$ 面積為6，求 $\triangle ACD$ 面積=_____



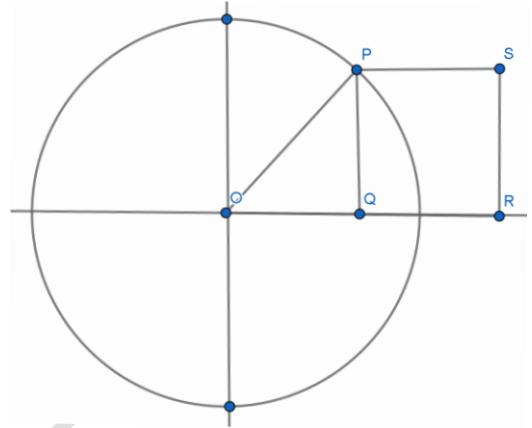
6. 若角 $\theta = \pi^3$ 徑，則 θ 為第_____象限角

7. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，若 x 的方程式 $x^2 + (\sin \theta + \cos \theta)x + \left(\sin \theta + \cos \theta + \frac{5}{4}\right) = 0$ 有兩相等實根，求 $\theta =$ _____ (兩解)

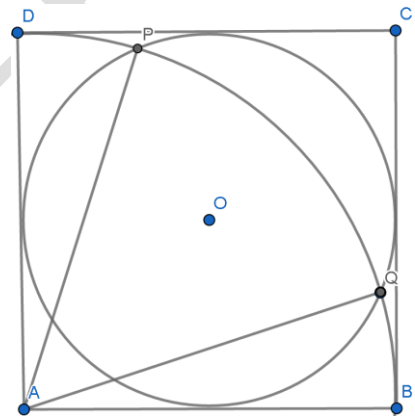
8. 設 α 、 β 皆為銳角且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ， $\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\cos \beta =$ _____

9. 設 x 為任意實數，求 $\sin^6 x + \sin x \cos x + \cos^6 x$ 的最大值=_____

10. 如圖，設 P 為單位圓 O 上一點，且位於第一象限， $\overline{PQ} \perp x$ 軸於 Q ，以 \overline{PQ} 為一邊向外做正方形 $PQRS$ ，求 ΔPOQ 面積和正方形 $PQRS$ 面積和的最大值=_____



11. 如圖，圓 O 為正方形 $ABCD$ 的內切圓，以 A 為圓心， \overline{AB} 為半徑畫弧交圓 O 於 P 、 Q 兩點，求 $\angle PAQ$ 最接近_____度(取整數： $\cos 54 \approx 0.59$ ， $\cos 56 \approx 0.56$ ， $\cos 58 \approx 0.53$ ， $\cos 62 \approx 0.47$)



12. 已知 $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ ，將 $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + \sqrt{6 - \sqrt{18 + 9\sqrt{2}}}$ 化簡整理得 $a \sin \theta$ ，求 $\theta =$ _____ 度

13. 求 $(\tan 50^\circ + \tan 60^\circ) \sin 20^\circ$ 之值=_____

14. 設 $[x]$ 表不大於 x 的最大整數，例如： $[1]=1$ ， $[0.7]=0$ ， $[-0.4]=-1$ ，求 $\left[\sin \frac{\pi}{18}\right] + \left[\sin \frac{2\pi}{18}\right] + \left[\sin \frac{3\pi}{18}\right] + \cdots + \left[\sin \frac{k\pi}{18}\right]$ (第 k 項) $+ \cdots + \left[\sin \frac{109\pi}{18}\right] =$ _____

15. 若 $\tan 20^\circ - \frac{1}{\tan 20} + 2 \tan 40^\circ = a \tan b^\circ$ ，其中 $0 < b < 180$ ，求數對 $(a,b)=$ _____

二、多重選擇題(每個選項皆答對者，得6分；答錯一個選項扣2分，扣至0分。共12分)

1. 如圖是函數 $y = f(x) = a \sin(bx - c) + d$ 的部分圖形，其中 a 、 b 、 c 都是正數，已知 $y = f(x)$ 的圖形有波峰 $(0,3)$ 與波谷 $(3,-1)$ ，則下列選項何者正確？

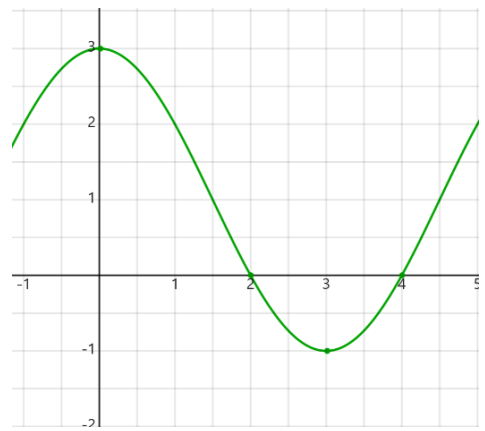
(A) $a + d = 3$

(B) $b = \frac{1}{3}$

(C) c 的最小值為 $\frac{\pi}{2}$

(D) 此函數對稱於 $x=99$

(E) 此函數可改寫為 $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 1$



2. 考慮函數 $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ 及 $g(x) = |\sin 2x + \cos 2x|$ ，其中 x 為任意時數。請選出正確的選項。

(A) $f(-x) = f(x)$ 成立

(B) $g(-x) = g(x)$ 成立

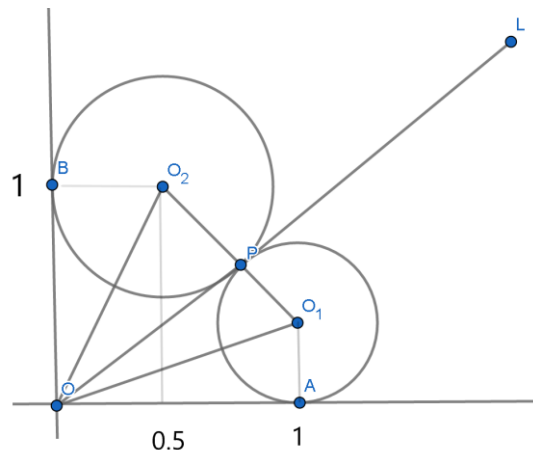
(C) f 與 g 有相同最大值

(D) f 與 g 有相同最小值

(E) f 與 g 有相同週期

三、計算題(13分)

如圖，在座標平面上，半徑 r_1 的圓 O_1 和半徑 r_2 的圓 O_2 外切於 P 點，通過圓心的直線 L 為兩圓內公切線，且圓 O_1 和 x 軸相切於 $A(1,0)$ ，圓 O_2 和 y 軸相切於 $B(0,1)$ ，設 $\angle AOO_1 = \alpha$ ， $\angle BOO_2 = \beta$ ，求



(1) $\alpha + \beta =$ _____ (4%)

(2) r_1 、 r_2 滿足的關係式為
 $(r_1+1)(r_2+1)=$ _____ (4%)

(3) 利用(2)及算幾不等式，求 $9r_1+8r_2$ 的最小值
 $=$ _____ (5%)