

第一部分：數學專業

※作答說明※

本部分包含兩大題，第一大題為填充題，第 1-9 題每題 3 分，第 10-13 題每題 4 分，填充題不必計算過程，僅需在答案本上填寫答案即可；第二大題為計算及證明題，第 1 題 5 分，其餘每小題 4 分，計算及證明題需正確的計算及證明過程，僅書寫答案亦不予計分。

一、 填充題：(共 43 分)

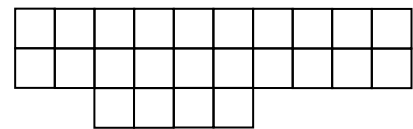
1. 求 $17^5 + 18$ 的所有正質因數總和為_____。(3 分)

2. 設 $f(x) = \frac{2^x - 2}{2^x + 2}$ ，求 $\sum_{n=1}^{2020} f\left(\frac{n}{1010}\right) =$ _____。(3 分)



3. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{7k+6}{k(k+1)(k+2)}$ 之值為_____。(3 分)

4. 設 A 表質因數為 2 或 3 或 5 的所有正整數所形成的集合。集合 A 中，所有元素的倒數和為無窮級數 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \dots$ ，求此級數的總和為_____。
(請化至最簡分數，否則不予計分)(3 分)

5. 一個房間的地面是由 24 個正方形所組成，如右圖(一)。今想用長方形磁磚鋪滿地面，已知每一塊長方形磁磚



圖(一)

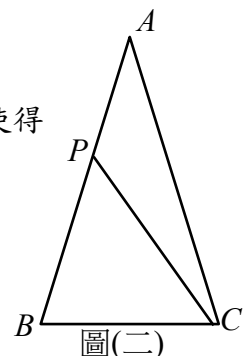
可以覆蓋兩個相鄰的正方形，即  或 。

則用 12 塊磁磚鋪滿房間地面的方法有_____種鋪法。(3 分)

6. 求 $\begin{cases} 109(x-1)^3 + 2020x = 4149 \\ 109(x^2 - 2x - 1)^3 + 2020(x^2 - 2x) = -109 \end{cases}$ 之實數解為_____。(3 分)

7. 如右圖(二)， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，且 P 為 \overline{AB} 邊上的一點使得

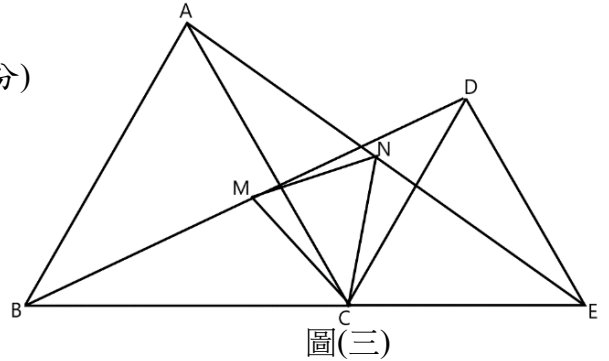
$\angle APC = 120^\circ$ ，求 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BC}} =$ _____。(3 分)



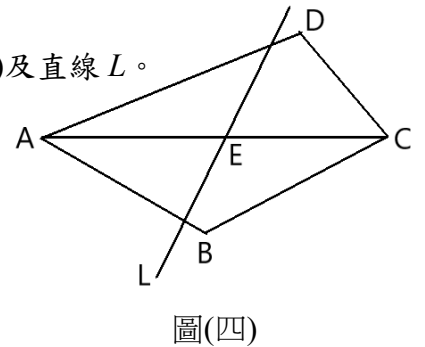
圖(二)

8. 坐標平面上—橢圓與 x 軸相切，已知此橢圓的兩焦點為 $F_1(1,2)$ 、 $F_2(5,6)$ ，則此橢圓的正焦弦長為_____。(3分)

9. $\triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 皆為正三角形(如圖三)，且 $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CE} = 4$ ， B 、 C 、 E 三點共線， M 、 N 分別為 \overline{BD} 、 \overline{AE} 之中點，求 $\triangle MNC$ 之面積為_____。(3分)



10. 如圖(四)，給定坐標平面上四點 $A(0,0)$ 、 $B(3,-2)$ 、 $C(6,0)$ 、 $D(5,2)$ 及直線 L 。若直線 L 剛好同時將兩個三角形 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADC$ 面積平分，且與 \overline{AC} 相交於 E 點，求 E 點坐標為_____。(4分)



11. 若 $x > y > z$ ，解 $\begin{cases} x + y + z = 10 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 38 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 154 \end{cases}$ ，求數對 $(x, y, z) =$ _____。(4分)

12. 設數列 $a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}} =$ _____。(4分)

13. 複數平面上，若複數 z 滿足 $|z + 1 - 2i| - |z - 5 - 10i| = 8$ ，則 z 為到實軸的最近距離為_____。(4分)

二、計算證明題：(共 17 分)

1. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = \frac{1}{16}(1 + 4a_n + \sqrt{1 + 24a_n})$ ，求此數列的一般項 a_n 。(5 分)

2. 設 x 、 y 、 z 皆為正實數，試證： $\sqrt{xy(x+y)} + \sqrt{yz(y+z)} + \sqrt{zx(x+z)} \leq \frac{3}{2} \sqrt{(x+y)(y+z)(z+x)}$ 。
(4 分)

3. 投擲兩粒公正的骰子，當點數和為 7 時，可得 100 元獎金，並取得繼續投擲的權利，若第二回又擲出點數和為 7，可再得 100 元並可繼續投擲，如此繼續進行，設 X 表示此人所得獎金數，試求：
(1) $E(X) = ?$ (4 分)
(2) $Var(X) = ?$ (4 分)

第二部分：資賦優異教育輔導實務

※作答說明※

本部分分為兩大題，第一大題為單一選擇題，15題，一題2分(30分)，
第二部分為申論題，2小題，一題5分(10分)。

一、單一選擇題(30分)

1. 方老師想運用六頂思考帽，引導資優學生思考節能減碳與日常生活的關係，下列哪一做法較符合六頂思考帽的教學原則？
(A)一次只能戴一頂帽子 (B)鼓勵新奇的運用方法
(C)可同時使用多種思考模式 (D)小組成員需同時戴不同顏色的帽子
2. 王老師為了提昇自己對十二年國民基本教育有關資優知能，參加了一場資賦優異學生個別輔導計畫(IGP)的研習，以下是他在講師講到特殊教育課程實施規範(民108)關於資優生個別輔導計畫所做的筆記，請問以下哪些敘述相關規定？
甲、新生及舊生的IGP應在安置或入學後一個月內訂定。
乙、個別輔導計畫每學期至少要檢討一次。
丙、訂定內容包含基本項目、教育需求評估、相關服務與支持策略、學年與學期教育目標。
丁、個別輔導計畫須以團隊合作方式進行評估。
(A)甲乙丙 (B)甲乙丁 (C)甲丙丁 (D)乙丙丁 (E)以上皆是
3. 依據12年國教特殊教育課程實施規範，對於國中資優學生外加課程的實施，下列哪些敘述較為適切？
甲、學生可以自由參加各領域的學習活動。
乙、按照學生的優勢能力安排多元的課程。
丙、可運用彈性學習時間安排特殊需求領域課程。
丁、應依據教師的專長作為規劃課程的優先考量。
(A)甲丙 (B)甲丁 (C)乙丙 (D)乙丁
4. 資賦優異相關之特殊需求領域課程綱要乃依據十二年國民基本教育課程綱要總綱之精神與三大面向設計而成，請問涵蓋以下哪些科目？
甲、領導才能，乙、生涯發展，丙、情意發展，丁、創造力，戊、獨立研究，己、藝術才能。
(A)甲乙丙丁 (B)甲丙丁戊 (C)甲丁戊己 (D)乙丙丁戊 (E)以上皆是
5. 有關雙重特殊需求學生的教學與輔導，下列哪些做法較為適切？
甲、IGP應納入IEP中規劃與實施。
乙、透過不斷練習維持學生學習動機。
丙、提供弱勢領域才能發展為主的介入方案。
丁、破除對於標準化測驗的迷思及過度依賴。
(A)甲乙 (B)甲丁 (C)乙丙 (D)丙丁

6. 在十二年國教鬆綁的精神下，資賦優異學生的課程需求需可根據學生的個別輔導計畫進行調整，關於資賦優異學生的課程調整，請問以下哪些敘述較為適切？
- 甲、依學生個別需求可進行學習內容、學習歷程、學習環境及學習評量等向度的調整。
 - 乙、學習內容調整可採加深、加廣、濃縮及重整的方式進行。
 - 丙、利用激發學習潛能之學習策略與進行高層次思考進行學習歷程調整。
 - 丁、安排評量調整時，可提依學生學習風格與優勢智能彈性調整，避免重複練習造成浪費與厭倦感。
- (A) 甲乙丙 (B) 甲乙丁 (C) 甲丙丁 (D) 乙丙丁 (E) 以上皆是
7. 資優資源班黃老師想在數學課「一元一次方程式」這一單元中融入獨立研究的教學，下列哪一個教學活動安排較能達到此目的？
- (A) 以異質小組方式共同解題引導學生互助合作
 - (B) 給予加深加廣的學習內容挑戰學生的好奇心
 - (C) 請同學從生活中的例子找出自己感興趣主題
 - (D) 讓學生從所播放的影片中發現數學無所不在
8. 南方國中正在籌備該校陳姓資優生本學期的個別輔導計畫會議，特教組長請輔導處的實習老師依特殊教育課程實施規範（民 108）列出 IGP 小組參與訂定人員，實習老師據此製作了名牌：
- 甲、輔導主任，乙、特教組長，丙，資優班導師，丁、陳媽媽，戊、陳同學。
- 想請您幫特教組長檢核一下，上述哪些人是參與訂定 IGP 之基本成員？
- (A) 甲乙丙丁 (B) 甲乙丙戊 (C) 甲乙丁戊 (D) 乙丙丁戊 (E) 以上皆是
9. 有關女性數理資優學生的生涯輔導，下列哪些策略較為適切？
- 甲、提供她們更多科學領域試探與表現的機會，培養其自信心。
 - 乙、安排男性良師指導，引導她們思考女性在該領域的發展性。
 - 丙、規劃課程傳達女性對家庭的重要性和貢獻，引導其做出取捨。
 - 丁、教導她們在生涯規劃的過程中克服可能干擾生涯發展的因素。
- (A) 甲乙 (B) 甲丁 (C) 乙丙 (D) 丙丁
10. 有關資優學生學習環境的調整，下列哪些較為適切？
- 甲、以教師專長或教學內容為中心。
 - 乙、提供學生觸手可及的資源與教材。
 - 丙、保持開放性的空間，以利彈性分組活動。
 - 丁、為免發生意外，學習環境應以校園為主。
- (A) 甲乙 (B) 甲丁 (C) 乙丙 (D) 丙丁

11. 資優生在認知情意與心理方面的特質與一般學生有所不同，因此學校會在課程中安排情意輔導，請問下列哪些敘述較為適切？
- 甲、將情意課程融入教學中，指引學生人生目標、澄清價值觀與處事方式。
 - 乙、透過個別或小組輔導方式，加強學生的社會適應能力。
 - 丙、建立輔導網絡，整合校內外資源，便於分工與轉介。
 - 丁、對於嚴重適應不良的學生，積極輔導轉班或轉學。
- (A) 甲乙丙 (B) 甲乙丁 (C) 甲丙丁 (D) 乙丙丁 (E) 以上皆是
12. 有關資優學生檔案評量的敘述，下列哪些較為適切？
- 甲、為達公正客觀，評分標準應在學生作品完成後再行公布。
 - 乙、透過不同種類作品，可以檢核學生多面向的學習成果。
 - 丙、應要求學生持續蒐集作品，以了解學生的學習進步情形。
 - 丁、為提升評分者一致性，應限制每位評分者評量作品件數。
- (A) 甲乙 (B) 甲丁 (C) 乙丙 (D) 丙丁
13. 生態評量是一種透過觀察與蒐集資料的方式，針對個體在各種環境中所表現的各項能力進行評量分析，以利於教學目標及內容的設計過程，因而與傳統的評量策略有所差異，下列針對生態評量策略敘述何者較為適切？
- 甲、能反映出學生在教室情境適應行為。
 - 乙、評量包括學生所有的自然情境。
 - 丙、評量及介入方式需受社會系統的認同。
 - 丁、將學生與父母的評量統合進行。
- (A) 甲乙丙 (B) 甲乙丁 (C) 甲丙丁 (D) 乙丙丁 (E) 以上皆是
14. 劉老師發現某生在小組報告時總是可以做好協調溝通，在該生規劃下，小組的組織與決策表現都高於其他小組。劉老師想推薦該生參加資優鑑定，請問依該生的表現，應該參加下列哪種鑑定呢？
- (A) 一般智能資賦優異 (B) 學術性向資賦優異 (C) 藝術才能資賦優異。
 - (D) 領導能力資賦優異 (E) 創造能力資賦優異
15. 在身心障礙及資賦優異學生鑑定辦法中，對於資賦優異類學生的鑑定敘述何者為較為適切？
- 甲、應以標準化評量工具，採多元及多階段評量方式進行。
 - 乙、各類資賦優異學生鑑定，應依特殊教育需求施以學科成就測驗。
 - 丙、經專家學者、指導教師或家長觀察推薦，並檢附特質與表現卓越或傑出等之具體資料。
 - 丁、各相關測驗或特質量表得分在平均數正二個標準差或百分等級九十七以上者。
- (A) 甲乙丙 (B) 甲乙丁 (C) 甲丙丁 (D) 乙丙丁 (E) 以上皆是

二、申論題(10分)

1. 十二年國民基本教育實施後，辦理資優生個別輔導計畫有了更明確的規範與方式，請你依照特殊教育法暨相關子法與 108 課綱相關規定，來規劃本校的個別輔導計畫會議（包含會前準備、會議進行與會後工作）。（5分）

2. 試舉述五個資優學生特殊需求領域教材編選的原則。（5分）

國立中科實驗高級中學第 1 次教師甄選資優數學科測驗題解答

第二部分：資賦優異教育輔導實務

單一選擇題解答

1	2	3	4	5
A	D	C	B	B
6	7	8	9	10
C	C	E	B	C
11	12	13	14	15
A	C	B	D	C