

# 桃園縣縣立高級中學 100 學年度新進教師聯合甄選筆試試題

## 科目：數學科

說明：本試卷共分選擇題與非選擇題兩部份。第壹部份：選擇題占54%，請用 2B 鉛筆，直接於「答案卡」上，依題號畫記作答，修正時應以橡皮擦拭乾淨，切勿使用修正液(帶)，答案卡因考生畫記不清、污損…等人為因素導致讀卡錯誤或不能讀卡，由考生自行負責不得有異議；第貳部份：非選擇題占46%，請使用黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆，在「答案卷」上作答。於試題卷上作答者，不予計分。本試題卷連同答案卡、答案卷一併交回，違規攜出試場者以零分計算。

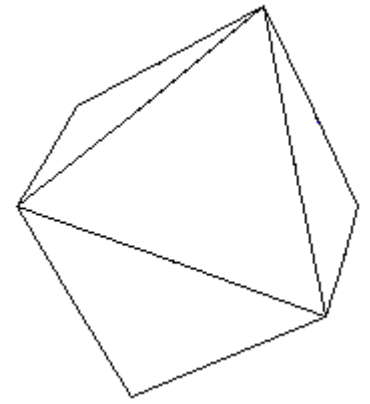
### 第壹部份：選擇題

#### 一、單一選擇題：(共 11 題，占 44 分)

說明：第1至第11題為單一選擇題。每題請選出一個最適當的選項畫記於答案卡上。每題答對得4分，答錯倒扣1/4題分。

1. 在一可任意旋轉的正八面體的八個面塗上黃綠紅三色，請問二黃、二綠、四紅的情形共有幾種？

- (A) 16
- (B) 22
- (C) 24
- (D) 240
- (E) 420



2. 假設存在一個函數對於所有的實數 $x$ 與 $y$ ，都滿足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + x^2y + xy^2$ ，且已知

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1, \text{ 則 } f'(x) =$$

- (A) 0
- (B)  $2x+1$
- (C)  $1+x^2$
- (D)  $1+2x^2$

3. 函數 $f(x) = \frac{4x^2 + 4x - 24}{x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 18x}$ ，有幾條垂直漸近線？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

4. 求 $(2x+1)(4x+1)(6x+1)\cdots(18x+1)(20x+1)$ ，展開式中 $x^2$ 項的係數為何？

- (A) 12100
- (B) 9200
- (C) 6050
- (D) 5280

5. 設 $f(x)$ 為三次函數，已知 $f(2x+1) < 0$ 的解為 $5 < x < 8$ 或 $x < -2$ ，求 $f(1-2x) < 0$ 的解為何？

- (A)  $x > 2$ 或 $-8 < x < -5$
- (B)  $x < 2$ 或 $5 < x < 8$
- (C)  $x > 8$ 或 $-2 < x < 5$
- (D)  $x < -2$ 或 $5 < x < 8$

6. 設  $\alpha, \beta$  為  $\cos x + 3\sin x + 2 = 0$  之二根， $0 < \alpha, \beta < 2\pi$ ，求  $\tan(\alpha + \beta)$  之值？

- (A)  $-\frac{4}{5}$       (B)  $-\frac{3}{4}$       (C)  $\frac{3}{4}$       (D)  $\frac{4}{5}$

7. 令  $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ，若  $A = \sum_{n=1}^{2012} (-1)^n \frac{1}{w^{n-1}}$ ，則  $A^3$  之值為？( $i = \sqrt{-1}$ )

- (A)  $-3\sqrt{3}i$       (B)  $-\sqrt{3}i$       (C)  $\sqrt{3}$       (D) 1

8. 甲，乙二人各有 30 元，今投擲一枚公正的兩面硬幣，若出現正面，則甲需給乙 10 元，若出現反面，則乙需給甲 10 元，當二人中有一人的錢達到 60 元時，則遊戲結束。求此遊戲結束之時為硬幣投擲到第五次的機率？

- (A)  $\frac{3}{16}$       (B)  $\frac{7}{16}$       (C)  $\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{5}{8}$

9. 方程式  $x^2 - 6(x-1)i - 17 = 0$  所有可能解的總和為？( $i = \sqrt{-1}$ )

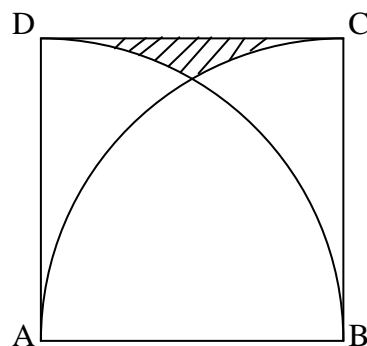
- (A)  $8i$       (B)  $6i$       (C) 0      (D) 4

10. 已知正方形  $ABCD$  之邊長為 2 (如右圖)，

今分別以  $A, B$  為圓心，2 為半徑畫弧，

求斜線部分之面積為

- (A)  $2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$       (B)  $4 - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$   
(C)  $\frac{4\pi}{5} - \sqrt{3}$       (D)  $-2 + \sqrt{3} + \frac{2\pi}{5}$



11. 設  $f\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right) = x$  且  $f(x)$  為一個可微函數，求  $f'(0)$  的所有可能值之和為

- (A) -1      (B) 1      (C) 0      (D) 2

二、多重選擇題：(共2題，占10分)

說明：第 12 至第 13 題為多重選擇題。每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，請於答案卡上畫記作

答。每題 5 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1/5 題分，每答錯一個選項，倒扣 1/5 題分，整題

未作答者，不給分亦不扣分。

12.下列對於級數的敘述，何者正確？

- (A)  $1 + \frac{1}{2} \times \frac{19}{7} + \frac{2!}{3^2} \left(\frac{19}{7}\right)^2 + \frac{3!}{4^3} \left(\frac{19}{7}\right)^3 + \frac{4!}{5^4} \left(\frac{19}{7}\right)^4 + \cdots$  收斂。
- (B) 若  $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$  收斂，則  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_i}{i}$  必定收斂。
- (C) 若  $\sum_{i=0}^{\infty} a_i$  收斂，則  $\sum_{i=0}^{\infty} a_{2i}$  必定收斂。
- (D) 若  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = S$ ，則  $a_1 + a_3 + a_2 + a_5 + a_7 + a_4 + a_9 + a_{11} + a_6 + \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} (a_{4i-3} + a_{4i-1} + a_{2i}) = S$
- (E) 若  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  收斂，且  $a_i > b_i$ ， $\forall i \in N$ ，則  $\sum_{i=1}^{\infty} b_i$  必定收斂。

13.下列對於函數的述敘，何者正確？

- (A) 滿足  $f'(x) = 0$  的點必為極值發生點。
- (B) 滿足  $f''(x) = 0$  的點必為反曲點。
- (C) 15次多項式的圖形，最多只會有13個反曲點。
- (D) 若  $f(x)$  可微分，則必連續。
- (E) 若  $f(x)$  連續，則必定有極值發生。

第貳部份：非選擇題

說明：不必抄題，非選擇題答案請依 A、B兩部份分別於 A部份及 B部份答案紙上作答。

(A部份)

一、填充題：(共4題，占20分)

(1)  $n$  個人安排進入A、B、C三間房間，A 房間有奇數個人，請問有幾種不同的安排方法？

(2) 空間中，過原點，方向向量為 $(1, -1, 1)$ 的直線 $L$ ，求任意點 $(a, b, c)$ 逆時針繞直線 $L$  旋轉 $120^\circ$ 之後的坐標為何？  
(逆時針方向指的是右手定則的方向，亦即右手大姆指朝 $(1, -1, 1)$ 方向時，四指的方向為逆時針方向。)

(3) 三角形三邊長各為 $\sqrt{89}$ ， $4\sqrt{5}$ ， $5$ ，請問三角形面積為何？

(4)  $\sum_{k=0}^{\infty} C_k^{n-k} = C_0^n + C_1^{n-1} + C_2^{n-2} + C_3^{n-3} + \cdots = ?$

(註：If  $n > m$ , then  $C_n^m = 0$ )

二、計算題：(共3題，占26分)

(A部份)

1. 在  $2 \times n$  的方格中，放入黑棋子，棋子不能相鄰的放法有幾種？(全部不放也是1種放法。)(8分)

如：

	●		●
●			

 是合乎題目要求的放法。而 

		●	
●	●		●

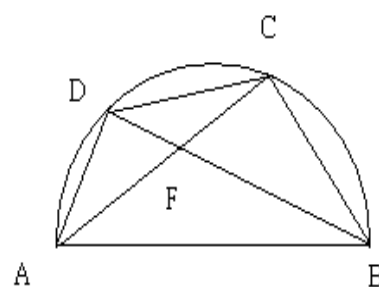
 不是。

(B部份)

2. 如右圖， $A, B, C, D$  在半圓上， $\overline{AB}$  為直徑。

已知  $2(\overline{AD} + \overline{BC}) = (\overline{AC} + \overline{BD})$  且  $\overline{AC}$  交  $\overline{BD}$  於  $F$ ，

令  $\angle AFB = \theta$ ，求  $\cos \theta = ?$  (10分)



3. 袋中有 5 個大小相同的球，其中 2 個紅球，3 個白球。今有一個遊戲其規則如下，至袋中一次取一球，

取後放回，若連續取出 3 次紅球，則遊戲結束。求此遊戲結束的取球期望次數為何？(8分)