國立中興大學附屬高級中學

109 學年度第 1 次教師甄選筆試題目卷

說明：1. 填充題須在答案卷中標明題號並依原題目之順序作答，不須計算過程，全對才給分；並分式需化為最簡分式，根式需有理化，否則不予計分。
2. 計算題須在答案卷中標明題號並作答，且須詳列計算過程，否則不予計分。

一、填充題(共 92 分，1~8 題每題 4 分，9~20 題每題 5 分)

1. 計算$C_0^{2020}-C_2^{2020}+C_4^{2020}-C_6^{2020}+\cdots-C_{2018}^{2020}+C_{2020}^{2020}$之值為____________ (以指數表示)。

2. 對於無窮數列$\langle a_n\rangle$與$\langle b_n\rangle$，若$\langle a_n\rangle$的相鄰兩項a_n與a_{n+1}是方程式$x^2-b_nx+\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$之兩根，對所有自然數$n$皆成立，且$a_1=1$，則$\sum_{k=1}^{\infty}b_k=$________。

3. 求$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2019^2}+\frac{1}{2020^2}}$的值為___________。

4. 已知k為整數，在坐標平面上，直線L：$(k+2)x+(k^2-2k-19)y=k-9$的圖形，不通過第四象限也不通過原點，則滿足以上條件的k有__________個。

5. 平行四邊形$ABCD$中，設$A(1,5)$，$B(2,1)$，若直線AC：$3x-y+2=0$會平分$\angle BAD$，則C點坐標為__________。

6. 設數列$\lt a_n\gt$滿足$a_n=a_{n-1}-a_{n-2}$，其中$n\geq3$。已知$a_{42}=3$，$a_{28}=5$，則$a_{14}=$_______。

7. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin 2x-\cos 2x-1}{\cos x-\sin x}=$________。

8. 已知a與b為實數，n為正整數，設函數$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n+1}+ax^2+bx-5}{x^{2n}+2}$，若對所有實數$x$，$f(x)$為連續函數，

則有序對(a ，b)＝________。

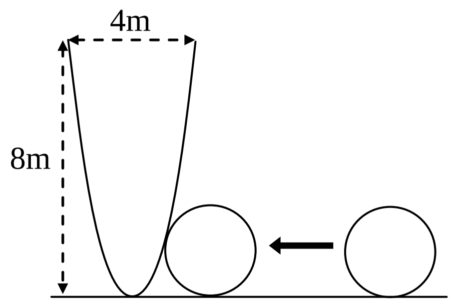
9. 設 a、b、c 為實數，若|1－a|＝|a－b|＝|b－c|＝|c－9|＝4，則滿足條件的有序組(a , b , c)有________組。

10. 設a與b為實數，已知方程式$x^3-3x^2+3ax-b=0$有三個正實根，若a的最大值為α，b的最大值為β，
則有序對(α , β)=________。

11. 設a為實數，若過點 P(3 , a)可對曲線$f(x)=x^3-12x-20$作出三條切線，則a值的範圍為________。

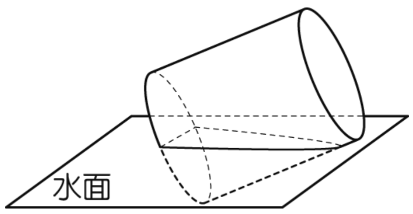
12. $\dfrac{|2x+3y+4|}{9}+\dfrac{|3x-7y-5|}{4}=1$ 所圍區域的面積為________。

13. 如右圖，在一水平地面上有一拋物線形的柱子，其頂點與地面相切，柱子高為 8 公尺，最頂部的寬為 4 公尺，今在地面上有一顆直徑為 2 公尺的球滾向此柱子並且撞擊到柱子，則撞擊點距離地面的高度為________公尺。

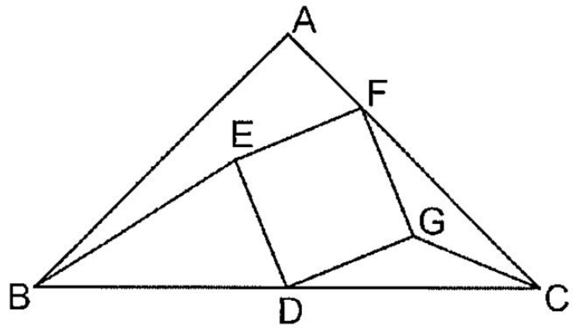


14. 在複數平面上，Arg（z）表 z 之主幅角，i 表示虛數單位$\sqrt{-1}$，若$Arg\left(\frac{z-2-3i}{z+2+3i}\right)=\frac{\pi}{2}$，則$|z|$之值為_________。

15. 有一底面半徑為 3 公分，且密度不均勻的圓柱體，傾斜漂浮在靜止的水面上，水面剛好通過底面直徑且與底面成 60°角，如下圖所示。試求此圓柱體在水面下的體積為________立方公分。



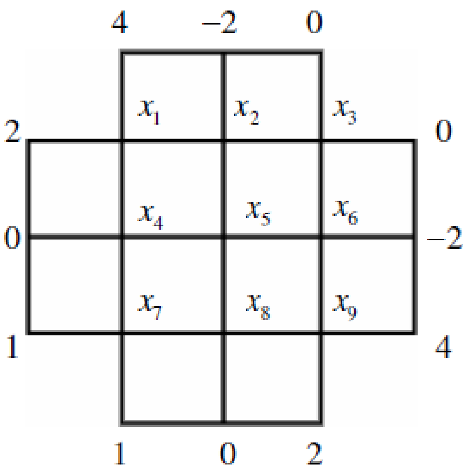
16. 如下圖，等腰直角ΔABC中，$\angle A=90^{\circ}$，D為$\overline{BC}$的中點，四邊形 $DEFG$ 為正方形，且 F 在$\overline{AC}$邊上，若$\overline{BE}=\sqrt{3}\,\overline{CG}$，$\overline{BC}=4$，則正方形$DEFG$ 的面積為______________。



17. 坐標平面上，由$\frac{x^2}{4}+y^2\leq 1$，$y+1\geq\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)x$，$y+1\geq-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)x$ 所圍成之圖形面積為_________。

18. 設 $f(x)=x+\frac{2}{x}+\frac{64}{9}\left(\frac{x}{x^2-x+2}\right)$， $x>0$，求函數 $f(x)$ 之最小值為___________。

19. 如下圖所示，在一個缺角棋盤的各水平線和鉛垂線的交會點上，分別標示數字，其中的x_1，x_2，…，x_9等為未知數字。今假設每一個 x_i 恰為其相鄰的四個數字的平均數，例如$x_1=\frac{1}{4}(4+2+x_2+x_4)$，$x_5=\frac{1}{4}(x_2+x_4+x_6+x_8)$，試求$x_5$ 之值為___________。



20. 實數 x，y，z 滿足方程式$\begin{cases} x+y+z=-3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=-\frac{1}{3} \\ x^2(y+z)+y^2(z+x)+z^2(x+y)=-24 \end{cases}$，求$x^2+y^2+z^2$=__________。

二、計算題(共 8 分，每題 8 分)

1. 已知 $0<a<1$，$0<b<1$，$0<c<1$，$0<d<1$，且 $a+b+c+d=1$，求$\left(\frac{1}{a}-1\right)\left(\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{c}-1\right)\left(\frac{1}{d}-1\right)$之最小值。