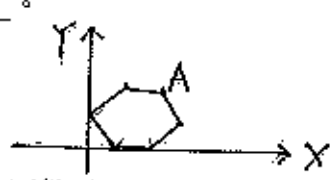


數學科教師甄試試題

姓名：_____

一、填充題（每空格 4 分，共計 72 分）

- 360 的正因數個數有 _____ (1) _____ 個，其正因數的總和為 _____ (2) _____。
- 若 $\sum_{n=1}^{10} (1+ax^2)^n$ 展開式中， x^4 項的係數為 660，則 a 的值為 _____ (3) _____。
- $\triangle ABC$ 中，D 是 \overline{AB} 中點，E 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$ ，若 \overline{CD} 與 \overline{BE} 交於 P 點，且 $\overline{AP}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$ ，則 $x=$ _____ (4) _____， $y=$ _____ (5) _____。
- 設一線性規劃的可行解區域如右圖所示的正六邊形及其內部，而目標函數為 $y-ax$ ，若已知 A 點為此目標函數取得最大值之唯一的點，則 a 的範圍為 _____ (6) _____。

- 設 $\triangle ABC$ 為一等腰三角形， $\angle BAC=90^\circ$ ，若 P, Q 為斜邊 \overline{BC} 的三等分點，則 $\tan \angle PAQ=$ _____ (7) _____。
- 自點 $P(-5, -3)$ 做圓 $C: x^2+y^2-6x-6y-7=0$ 的兩條切線得切點 A, B，則 $\triangle APB$ 的面積為 _____ (8) _____，其外接圓的方程式為 _____ (9) _____。
- 某校 1000 位學生的國文段考成績平均分數是 70 分，標準差為 10 分，而且已知成績分佈呈現常態分佈，則全校學生有 _____ (10) _____ 人的國文成績低於 60 分。
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} =$ _____ (11) _____， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2-4} =$ _____ (12) _____。
- 有一直立圓柱罐頭（圓柱的高為 h，底圓半徑為 r），若要使此圓柱的罐頭使用最少的材料，則 h 與 r 的關係為 _____ (13) _____。
- 設兩曲面 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2 = 0$ 及 $g(x, y, z) = x + z - 4 = 0$ ，則此兩曲面之交集為 E，則 E 的形狀為 _____ (14) _____，而在 E 上之點 $P(1, 1, 3)$ 的切線為 _____ (15) _____。
- 試問下列無窮級數收斂或發散？
 (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ，答：_____ (16) _____ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ ，答：_____ (17) _____
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n =$ _____ (18) _____

二、計算證明題（每題 15 分，共計 30 分）

- (A) 利用右圖，試證明 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ 。(10%)

(B) 試繪出 $y = \frac{\sin x}{x}$ 之圖形。(5%)

- $X = \cos^3 t$ ， $y = \sin^3 t$ ， $0 \leq t \leq 2\pi$

(A) 試畫出此參數方程式之圖形。(5%)

(B) 試求此區線所圍成區域的面積。(5%)

(C) 試求此曲線的長度。(5%)

