填寫准考證及姓名

准考證號碼：	姓　名：

臺北市立麗山高級中學 100 學年度第 1 次教師甄選 **數學科**試題卷

（作答時間 100 分鐘，試題紙共 3 頁）

※填充題(共 25 題，28 格，每格 4 分，滿分 112 分)

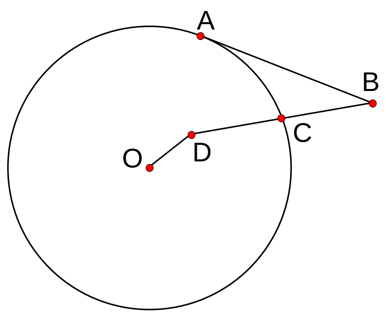
1. 已知 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+\dfrac{3^n}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$，$(n\in N)$；則 $a_n=$ ①＿＿ 。

2. 若 $(x-1)(x+1)^{30}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{31}x^{31}$，試求 $a_0+a_1+2a_2+3a_3+\cdots+31a_{31}=$ ②＿＿ 。

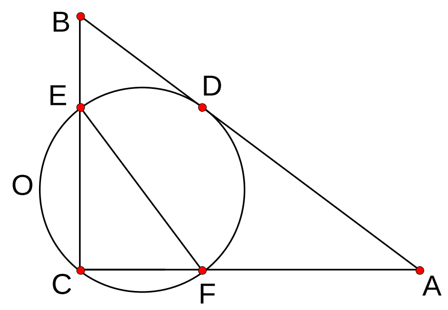
3. 若直線 $(a-1)x+ay-1=0$ 與 $ax+(2a-1)y+7=0$ 與 $y=0$ 交於一點，則 $a=$ ③＿＿ 。

4. 已知兩點 $A(x,y)$，$B(p,q)$，且 $x=\dfrac{p}{p^2-q^2}$，$y=\dfrac{q}{p^2-q^2}$，$(p\neq q)$，若 B 點在直線 $x-y-1=0$ 上運動，則 A 點的軌跡方程式為= ④＿＿ 。

5. 如圖(一)，$\overline{AB}$ 與圓 O 相切於 A，$\overline{AB}=6$，D 為圓內一點，$\overline{BD}$ 交圓 O 於 C，且 $\overline{BC}=\overline{CD}=3$，$\overline{OD}=2$，則圓 O 的半徑為= ⑤＿＿ 。



圖(一)



圖(二)

6. 如圖(二)，ΔABC 中，$\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=6$，圓 O 為過 C 且與 $\overline{AB}$ 相切的最小圓，圓 O 交 $\overline{BC}$ 於 E，交 $\overline{AC}$ 於 F，則 $\overline{EF}$ 的長為= ⑥＿＿ 。

7. 恰有 63 個連續的自然數, 其平方根的整數部分是相同的, 則此整數值為= ⑦＿＿ 。

8. 求 $1^3+2^3+3^3+\ldots+2008^3$ 的個位數字是= ⑧＿＿ 。

9. 已知 a,b 為實數，若 $ax^{17}+bx^{16}+1$ 能被 x^2-x-1 整除，則 $a=$ ⑨＿＿ 。

10. 設 a,b 皆為正整數，且 $a>b$，若 $\dfrac{a+b}{a^2+ab+b}=\dfrac{2}{11}$，則序對 $(a,b)=$ ⑩＿＿ 。

11. 設 $a\geq b\geq c\geq -2$ 且 $3a+2b-c=4$，則 $a+2b+c$ 之最大值= ⑪＿＿ 。

12. 已知 $a_1,a_2,\ldots\ldots,a_n$ 是由正整數所組成的等比數列，而且滿足 $100\leq a_1<a_2<\ldots\ldots,a_n\leq 1000$。試求 n 的最大值，且其公比為 r，則此(n，r)= ⑫＿＿ 。

13. 若 x,y,z 為整數，$0\le x\le 45$，$1\le y\le 47$，$2\le z\le 49$，則滿足 $x+y+z=50$ 的解 (x,y,z) 共有 ⑬ 組。

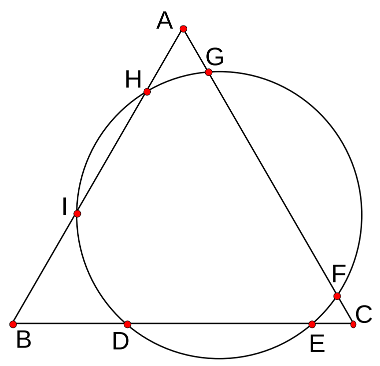
14. 已知 ΔABC 中，$\overline{AB}\times\overline{AC}=15$，$\angle A$ 的角平分線長為 3，則 ΔABC 的最大面積為何？ ⑭

15. 設函數 $f(x)$ 滿足 $f(1)=2$，且對每一個正整數 x，$\begin{cases} f(x+3)\ge f(x)+3 \\ f(x+1)\le (x)+1 \end{cases}$ 都成立，則 $f(2011)=$ ⑮ 。

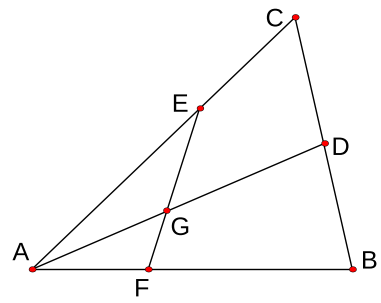
16. 投擲一公正銅板 6 次，試求「在投擲過程中，曾經連續出現兩次正面」的機率= ⑯ 。

17. 已知有 $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots,\frac{1}{2011}$ 共 2011 個數，若規定「運算一次」如下：「消去其中兩數 a,b，再加上另一數 $a+b+ab$」，則經過 2010 次的「運算一次」後，只剩下一數，則此數為何？ ⑰

18. 如圖(三)，一圓交一正三角形 ABC 於 D、E、F、G、H、I 六點，若 $\overline{CF}=1$，$\overline{FG}=13$，$\overline{AG}=2$，$\overline{HI}=7$，則 $\overline{DE}=$ ⑱ 。



圖(三)



圖(四)

19. 如圖(四)，ΔABC 中，D 為 $\overline{BC}$ 之中點，$\overline{AB}=12$，$\overline{AC}=16$，E 在 $\overline{AC}$ 上，F 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AE}=2\overline{AF}$，則 $\overline{EG}$ ：$\overline{FG}$ ＝ ⑲ 。

20. 在半徑為 1 的圓上作內接正六邊形 $ABCDEF$，由 $ABCDEF$ 任取相異三點圍三角形，求此種三角形面積的期望值＝ ⑳ 。

21. 解方程式 $[3x+1]=2x-\frac{1}{2}$， $x=$ _____ 。（ $[x]$：表示不大於 x 的最大整數）

22. 正三角形 ABC 的邊長為 1，在 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 上各取 P、Q、R 滿足 $\overline{AP}^2=\overline{BQ}^2=\overline{CR}$ 。

(1) 令 $\overline{AP}=x$，求 ΔPQR 的面積＝_______ 。（以 x 表示）

(2) 若 P 在 $\overline{AB}$ 上移動， ΔPQR 的最小面積為 M，使得 ΔPQR 的面積為最小時的 x 值為 a；

則 $(M,a)=$_____ 。

23. 一袋中有 9 個紅球，10 個白球和 11 個黑球，今由袋中逐次取出一球並依序排成一列，則

(1)最先被全部取出依序為紅球，白球，黑球的排列情形有_______種。(可用！階乘表示)

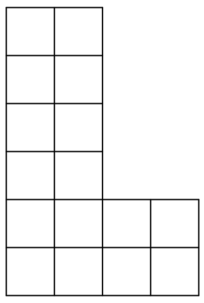
(2)最先被全部取出依序為紅球，白球，黑球的機率為 _____ 。

24. 如下圖，麗山高中的 L 形圖騰由一些方格所構成

（1）用 5 種顏色來塗這些方格，規定相鄰的格子必須著不同色，顏色可重複使用，則著色方法有

_____ 種。

（2）若用 2×1 恰兩個方格大小的長方形磁磚來鋪這個 L 形的圖騰，規定不能敲碎磁磚，且須剛好鋪滿整個 L 形的圖騰，則鋪法有 ______種。



25. $\log_3[(3+1)\cdot(3^2+1)\cdot(3^4+1)\cdots(3^{64}+1)+\frac{1}{2}]+\log_3 2=$ ______ 。