臺北市立士林高級商業職業學校 108 學年度 第 1 學期 第 1 次 正式教師甄選 試題

數學 科 考生姓名：__________ 准考證號碼：__________

(本試題共 2 頁，作答於答案卷，否則不予計分)

說明：請依下列題號順序作答，答案請書寫於答案卷上，題號請自行標示清楚。

一、 填充題：共 16 格，每格 5 分，占 80%

1. 已知兩向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，若$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角為$60°$，則 $\vec{a}+\vec{b}$ 和 $\vec{a}-\vec{b}$ 所決定的平行四邊形面積為__________。

2. 已知直角△ABC 其三邊長分別為$\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=8$，$\overline{AB}=10$，設 P 為△ABC 內部一點，且 P 點到$\overline{AC}$、$\overline{BC}$、$\overline{AB}$的距離分別為 x、y、z，求$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}$的最大值為__________。

3. 已知三次多項式f(x)，若$f(-2)=-1$，$f(-1)=2$，$f(1)=-4$，$f(2)=-1$，求 $f(3)=$__________。

4. 設有一動圓 C\`與圓 C：$x^2+y^2-8x+12=0$外切，同時也和直線 L：$x+2=0$相切，則此動圓 C\`的圓心的軌跡方程式為__________。

5. $x\in R$，則$f(x)=\dfrac{sinxcosx}{1+sinx+cosx}$ 的最大值為__________。

6. 若三角形的三邊長分別為$\sqrt{5}$、$\sqrt{10}$、$\sqrt{13}$，則其面積為__________。

7. 設數列$\langle a_n\rangle$的遞迴關係式為$\begin{cases} a_1=1 \\ a_n=a_{n-1}+(2n-1)，n\ge 2\end{cases}$，則一般項$a_n$可整理成__________。

8. 設 N 為正整數，使$(x+y+z+u+1)^N$的展開式中，合併同類項後同時含有 x、y、z、u 四個數正整數乘冪的恰好有 1001 項，則 N=__________。

9. 甲從{1,2,3,4,5,6,7,8,9}中任選 3 個相異數字，將它們由大到小排成一個三位數；乙從{1,2,3,4,5,6,7,8}中任選 3 個相異數字，也將它們由大到小排成一個三位數。求甲所排的數比乙所排的數大的機率為__________。

10. $p=log_{\sqrt{4}}\left[log_{\sqrt{4}}\left(\sqrt{\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{4\times4}}}}\right)\right]$，其中$\sqrt{\sqrt{\cdots\sqrt{\sqrt{4\times4}}}}$共含 2012 層二次根號，則 p 之值為__________。

11. 如右圖，圖 0、1、2、3 分別包含 1、5、13、25 個小正方形，若依此規則排列下去，則圖 100 中有__________個小正方形。

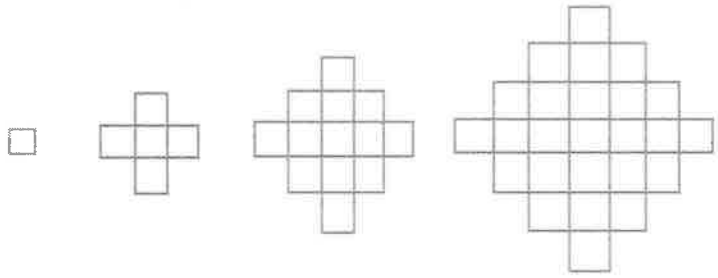
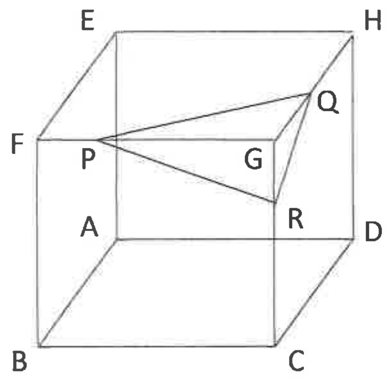


圖 0　圖 1　圖 2　圖 3

12. 求空間中兩直線 L_1：$\frac{x}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-1}{-2}$和 L_2：$\frac{x-2}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-6}{-2}$的距離為___________。



13. 如右圖，ABCD-EFGH 是一個邊長為 5 的正方體，已知$\overline{GP}=4$，$\overline{GQ}=\overline{GR}=2$，求 A 點到平面 PQR 的最短距離為__________。

14. 甲袋中有 1 白球 1 紅球，乙袋中有 1 白球。今從甲袋取 1 球放入乙袋，再從乙袋取 1 球放入甲袋，完成此動作稱為一局。若每球被取到的機會均等，求第三局結束時，甲袋有 1 白球 1 紅球的機率為__________。

15. 設$A=\begin{bmatrix}8 & -6\\ 9 & -7\end{bmatrix}$，$P=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{bmatrix}$，若 B 為二階方陣，且 AP=PB，則(1)B=__________

(2)$A^7=$__________。

二、 偵錯題：此大題為學生常犯的錯誤解法，請在答案卷上指出學生的錯誤，並寫出正確的詳解；共 3 題，第 1、2 題各 6 分，第 3 題 8 分，占 20%

1. 題目：解不等式$\frac{x+6}{x-4}<x$。

學生解：不等式兩邊同乘 x-4 去分母$\Rightarrow x+6<x(x-4)\ \Rightarrow x^2-5x-6>0$

$\Rightarrow (x-6)(x+1)>0\ \Rightarrow x>6$ 或 $x<-1$

2. 題目：5 個不同的獎品全部分給甲、乙、丙、丁 4 人，每人可兼得，若甲至少分得 2 件，則共有幾種分法？

學生解：先分給甲 2 件，剩下 3 件再任意分給 4 人，所以共有$C_2^5\times 4^3=640$種分法

3. 題目：設 x、y 均為實數，且$2\le x\le 5$，$-4\le y\le 3$，求下列各數的範圍：(1)$\frac{y}{x}$　(2)x^2+y^2。

學生解：(1)$\frac{-4}{2}\le\frac{y}{x}\le\frac{3}{5}\Rightarrow -2\le\frac{y}{x}\le\frac{3}{5}$

(2)$4\le x^2\le 25$，$9\le y^2\le 16\Rightarrow 13\le x^2+y^2\le 41$