台北市立中正高級中學 100 學年度第 1 次專任教師甄試數學科筆試答案

一.填充題

1	2	3	4
6	-1	$k<0$或$k>2$	167
5	6	7	8
$\frac{4}{15}$	$\frac{10}{37}$	$\frac{2011}{4024}$	$\frac{\sqrt{10}}{5}$

臺北市立中正高級中學100學年度第1次專任教師甄試數學科筆試試題卷

一、填充題：(每格5分，共40分)

說明：請將答案化簡後，填入答案卷中的指定位置。

1. $3^{\log 20}\times(\frac{1}{2})^{\log 0.3}=$__________。

2. 設$a\in\mathbb{R}$，方程式$x^3+ax^2-7x+15=0$有一虛根的絕對值為$\sqrt{5}$，則$a=$__________。

3. 設$k\in\mathbb{R}$，二次函數$y=kx^2+3x+(2-k)$之圖形通過第四象限，則k之值範圍為__________。

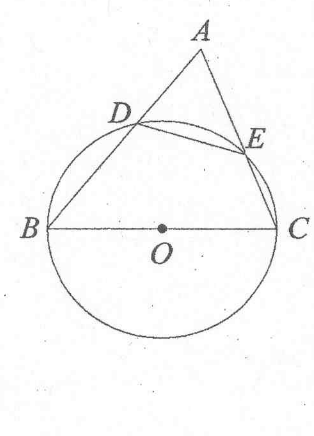
4. 一串數，1, 4, 7, 10,....., 2008, 2011 的規律是：第一個數是1，以後的每一個數等於它前面的一個數加3，直到2011為止。將所有這些數相乘，試求所得數的尾部零的個數有__________個。(例如：20110608000 尾部零的個數有3個)

5. 邊長為1的正四面體$OABC$，若$D\in\overline{OA}$且$\overline{OD}:\overline{DA}=2:1$，$E$為$\overline{BC}$中點，若$F\in\overline{DE}$且$\overline{OF}\perp\overline{DE}$，試求$\frac{|\overline{DF}|}{|\overline{FE}|}=$__________。

6. 擲一公正骰子四次，出現點數依次為x, y, z, w，若在$(x-y)(y-z)(z-w)(w-x)=0$的條件下，恰出現兩種點數的機率為__________。

7. 設$k\in\mathbb{N}$，直線$y=kx+k-1$、直線$y=(k+1)x+k$及x軸所圍成的三角形面積為S_k，則$\sum_{k=1}^{2011}S_k=$__________。

8. 如右圖，$\overline{BC}$是圓O的直徑，$\overline{AB}$交圓O於D點，$\overline{AC}$交圓O於E點，已知ΔADE面積：四邊形$BCED$面積=2：3，試求$\cos A=$__________。



二、計算證明題：(1~5每題8分，6~7每題10分，共60分)

說明：請將作答過程書寫於答案卷中的指定位置，並標示清楚答案。

1. 在99課程綱要第一學年應授課內容中，請利用兩種不同的解題觀念(方法)，試解：「設$f(x)$為三次多項式，且已知$f(0)=1$，$f(1)=9$，$f(2)=8$，$f(3)=4$，求$f(4)=$？」。

2. 在 99 課程綱要第二學年應授課內容中，請分別利用『直線與圓』及『平面向量』此兩單元的解題觀念(方法)，試解：「設 x，$y\in\mathbb{R}$ 且滿足 $x^2+(y-1)^2=1$，試求 $\dfrac{x+y+1}{x-y+3}$ 的最大最小值？」。

3. 「袋中有 2 紅球，3 白球，甲，乙兩人依次輪流取球，每次取一球，由甲先取球。若甲在乙取到白球前取到紅球，則甲勝；若乙在甲取到紅球前取到白球，則乙勝。試問：(1) 球取後放回，則甲獲勝的機率為何？(2)球取後不放回，則乙獲勝的機率為何？」

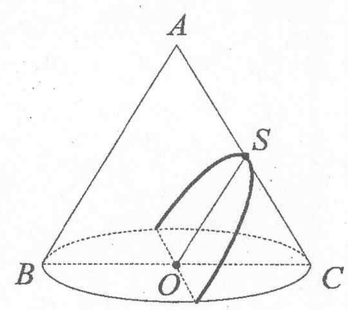
以下是小明的算法：

(1) $P(\text{甲勝})=\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}+\cdots=\dfrac{\frac{2}{5}}{1-\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}}=\dfrac{10}{19}$

(2) $P(\text{甲勝})=\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2}\quad\therefore P(\text{乙勝})=1-P(\text{甲勝})=\dfrac{1}{2}$

各位老師，若覺得小明的解法正確，請想出另一種解題邏輯來解此題；若小明解法有誤，請就小明的思考邏輯告訴小明錯誤在哪裡？如何修正？並求出正確答案。

4. 右圖為一直圓錐，ΔABC 為正三角形，底圓的圓心為 O，且 $\overline{AO}\perp\overline{BC}$。今一過 O 點的平面與直圓錐之截痕為拋物線，此拋物線的頂點為 S，此拋物線的焦點為 R，試找出 R 點的位置，並證明之。



5. 設複數 z 滿足 $|2z+5|=|\overline{z}+10|$，

(1)求 $|z|$ 的值。

(2)若 $(1-2i)z$ 在複數平面上對應的點在第一、三象限的角平分線上，求複數 z。

6. 已知平面上一點 P，其到正 ΔABC 的三個頂點距離分別為 1、2、3，試求正 ΔABC 的面積。

7. 直角 ΔABC 中，以斜邊 $\overline{BC}$ 為軸旋轉一周而成的兩個圓錐的側面積之和為 S_1，直角 ΔABC 的內切圓面積為 S_2，求 $\dfrac{S_1}{S_2}$ 的最小值。