

臺北市 108 學年度市立國民中學正式教師聯合甄選

數學科題本

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答

※請先確認你的答案卡、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明

測驗說明：

這是臺北市 108 學年度市立國民中學正式教師聯合甄選數學科題本，題本採雙面印刷，共 80 題，每題只有一個正確或最佳的答案。測驗時間共 100 分鐘，作答開始與結束請聽從監試委員的指示。

注意事項：

1. 所有試題均為四選一的選擇題，答錯不倒扣。
2. 依試場規則規定，答案卡上不得書寫姓名及任何標記。故意污損答案卡、損壞試題本，或在答案卡上顯示自己身份者，該科測驗不予計分。

作答方式：

請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置劃記，請務必將選項塗黑、塗滿。如果需要修改答案，請使用橡皮擦擦拭乾淨，重新塗黑答案。

請聽到鈴（鐘）聲響後再翻頁作答

貳、專業科目

選擇題（共 40 題，每題 1.5 分，共 60 分）

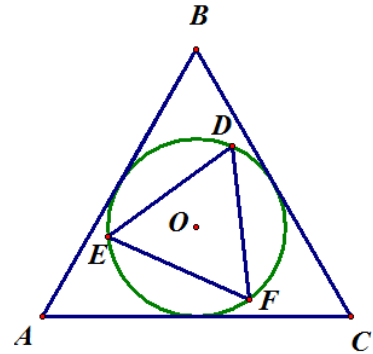
41. 有一規則數列，其各項是 $a_1=1$ ， $a_2=3$ ， $a_3=6$ ， $a_4=10$ ， $a_5=15$ ，……，則 $a_{10} = ?$

- (A) 51
- (B) 53
- (C) 55
- (D) 57

42. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 均為正三角形，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的內切圓，也是 $\triangle DEF$ 的外接圓。

求兩三角形的邊長比為何？

- (A) 2:1
- (B) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$
- (C) 3:2
- (D) $\sqrt{3} : 1$



43. 已知 1729 可以分解成 3 個不同的質數相乘，請判斷下列哪一個選項的值不等於 1729？

- (A) $7 \times 13 \times 19$
- (B) $(13^2 - 6^2) \times 13$
- (C) $10^3 + 9^3$
- (D) $45^2 - 15^2 + 29$

44. 某家便利商店所販賣的甲、乙兩種飲料，其價格與促銷方式如下：

甲飲料每瓶原價 25 元，每買 2 瓶，第 1 瓶原價計算，第 2 瓶依原價打 6 折；

乙飲料每瓶原價 25 元，每買 2 瓶，第 1 瓶原價計算，第 2 瓶只要 10 元。

若王校長想買 2000 瓶飲料，則下列哪一種買法所花的錢最少？

- (A) 買甲飲料 2000 瓶
- (B) 買乙飲料 2000 瓶
- (C) 買甲飲料 1000 瓶，乙飲料 1000 瓶
- (D) 買甲飲料 500 瓶，乙飲料 1500 瓶

45. 已知 2019 年 6 月 1 日是星期六，請判斷 2020 年 6 月 1 日是星期幾？

- (A) 星期五
- (B) 星期六
- (C) 星期日
- (D) 星期一

46. 設二次函數 $y=6x-3x^2$ 的最大值為 a ， $y=(x+1)^2-5$ 的最小值為 b ，則 $a+b=?$

- (A) 1
- (B) 0
- (C) -2
- (D) -5

47. 若 $ax^2+x+2>0$ 恆成立，則下列何者正確？

- (A) $a>\frac{1}{8}$
- (B) $a\geq\frac{1}{8}$
- (C) $a>0$
- (D) $a\geq 0$

48. 給定1單位長，下列哪一個選項無法以歐基里德(Euclid)所著的《幾何原本》一書中所提的尺規作圖規定完成？

- | |
|-------------------------|
| 甲、邊長為1的正五邊形 |
| 乙、邊長為1的正七邊形 |
| 丙、長度為 $\sqrt[3]{2}$ 的線段 |
| 丁、長度為 $\sqrt[4]{2}$ 的線段 |

- (A) 僅甲、乙無法完成
- (B) 僅丙、丁無法完成
- (C) 僅甲、丁無法完成
- (D) 僅乙、丙無法完成

49. 設 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=a$ ，
 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2+10^2=b$ ，
 $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3+10^3=c$ ，
則 a 、 b 、 c 三數的關係何者正確？

- (A) $b=7a$
- (B) $b=9a$
- (C) $c=a^3$
- (D) $c=a^4$

50. 試求 2^{2005} 展開後的位數最接近下列何者？

- (A) 700
- (B) 600
- (C) 500
- (D) 400

51. 若 $2^x = 14$ ， $3^y = 22$ ，則 $|x-3| + |y-5| - |x-y| = ?$

- (A) 2
- (B) $2y$
- (C) $2x$
- (D) 8

52. 下列這道數學題的原創作者是明朝的數學家程大位。

「隔牆聽得客分銀，不知人數不知銀，
七兩分之多四兩，九兩分之少半斤。」

據聞某日程大位入住一間客棧時，恰好聽到隔壁房間裡有幾個客人正在分銀子，這幾個客人為了如何分銀子而一直算計著：若每人分得7兩銀子，則會多出4兩；若每人分得9兩銀子，則會不足半斤(1斤=16兩)。

根據以上資料，判斷下列述敘何者正確？

- (A) 分銀子的客人共有13人
- (B) 分銀子的客人共有15人
- (C) 銀子共有46兩
- (D) 銀子共有109兩

53. 坐標平面上有 $A(0, 0)$ 、 $B(10, 0)$ 、 $C(10, 6)$ 、 $D(0, 6)$ 四點，若二元一次方程式 $a(x-7) + b(y-4) = 0$ 的圖形將四邊形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊，則 $\frac{a}{b}$ 之值為何？

- (A) -2
 - (B) $-\frac{1}{2}$
 - (C) $\frac{1}{2}$
 - (D) 2
54. 已知袋中有紅球2顆、黃球2顆、綠球1顆，今阿馮打算從袋中每次抽出一顆球，共抽2次，且第1次抽出的球不放回袋中。若袋中每顆球被抽出的機會相等，則阿馮第2次抽出紅球的機率為何？

- (A) $\frac{2}{20}$
- (B) $\frac{4}{20}$
- (C) $\frac{6}{20}$
- (D) $\frac{8}{20}$

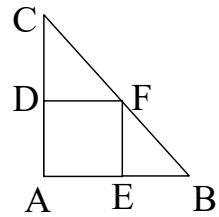
新聞稿

55. 設 α, β, γ 為三次方程式 $x^3 - 3x - 1 = 0$ 的三個根，求 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = ?$

- (A) 1
- (B) -3
- (C) -1
- (D) 3

56. 如圖，已知直角 $\triangle ABC$ 的二股長分別為 a, b ，直角 $\triangle ABC$ 中有一正方形 $ADFE$ ，且正方形面積為 144。若 $kab = a + b$ ，則 $k = ?$

- (A) $\frac{1}{12}$
- (B) $\frac{1}{8}$
- (C) $\frac{1}{6}$
- (D) $\frac{1}{4}$



57. 爸爸在一個噴霧器內裝入 8 公升的水，他本應加入 32 顆藥劑，但他卻只加入 16 顆。當用掉二公升溶液後，他才發現這個錯誤，於是他再加入二公升的水，並再加入足夠數量的藥劑以符合要求。請問他應再加入多少顆？

- (A) 20
- (B) 12
- (C) 18
- (D) 24

58. 當紐約是中午 12:00，此時巴黎是下午 6:00。飛機起飛與降落的時刻是依照當地的時刻。一架飛機在紐約於下午 7:00 起飛，到達巴黎是上午 8:00。假設兩地往返所需飛行時間相同，問一架飛機在上午 11:00 離開巴黎，則何時將抵達紐約？

- (A) 中午 12:00
- (B) 下午 6:00
- (C) 凌晨 12:00
- (D) 上午 11:00

59. 計算不定積分 $\int (5x^2 - 7x + 5) dx = ?$

- (A) $15x^3 - 14x^2 + 5x + C$
- (B) $x^3 - 7x^2 + 25 + C$
- (C) $\frac{5}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{25}{2}x + C$
- (D) $\frac{5}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 5x + C$

60. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 2n \end{cases}$ ，其中 $n \geq 2$ ，則 $a_{100} = ?$

- (A) 20300
- (B) 20100
- (C) 10150
- (D) 10101

61. 設 $(1+\sqrt{2})^6 = a+b\sqrt{2}$ ，其中 a, b 為整數，則 b 之值等於下列哪一個選項？

- (A) $C_0^6 + 2C_2^6 + 2^2C_4^6 + 2^3C_6^6$
- (B) $C_1^6 + 2C_3^6 + 2^2C_5^6$
- (C) $C_0^6 + 2^2C_2^6 + 2^4C_4^6 + 2^6C_6^6$
- (D) $2C_1^6 + 2^2C_3^6 + 2^3C_5^6$

62. 小賴參加了五次數學測驗，每次得到的分數都是0分到100分中的整數，且前四次的分數都相同，第五次的分數高於其他四次。若這五次的平均分數是82分，則小賴最後一次測驗所得的分數有多少種可能？

- (A) 0
- (B) 4
- (C) 9
- (D) 18

63. 設連續自然數的集合 $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ，其中 $n \geq 2$ ，今從 A_n 中拿走某一個元素 k 之後，剩下的 $n-1$ 個數的算術平均數為10，則 n 的值不可能為何？

- (A) 17
- (B) 18
- (C) 19
- (D) 20

64. A、B和C被安排坐入排成一列的6個座位中，若任何二個人都不可以相鄰而坐，請問共有多少種不同的入座方式？

- (A) 12
- (B) 24
- (C) 18
- (D) 36

65. 針對某50人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖（糖份減半）的有37人，而習慣去冰（不加冰塊）的有28人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率可能是？

- (A) 0.28
- (B) 0.46
- (C) 0.58
- (D) 0.66

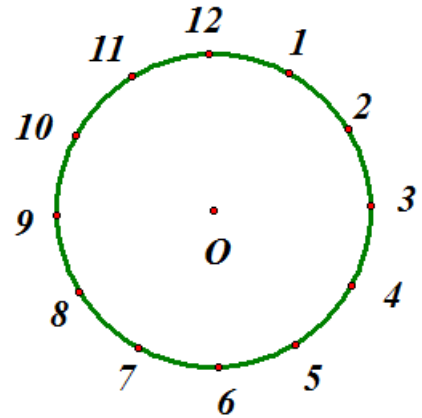
新

66. 若 $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{37}{16}$ ，其中 a, b, c 為正整數，則 $a + b + c = ?$

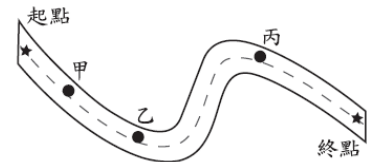
- (A) 10
- (B) 16
- (C) 21
- (D) 14

67. 如圖，數字1~12的位置恰好將圓周分成12等分，今將圓周上的質數(例如2與3)以線段連接起來，共可形成 a 條線段。已知圓 O 的半徑為1，且這 a 條線段會有 b 種不同的長度，則 $a + b = ?$

- (A) 14
- (B) 15
- (C) 16
- (D) 17



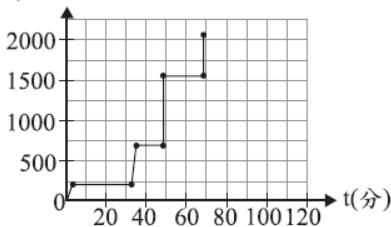
68. 右圖為老師帶著小喬與同學到野外進行地質考察，一行人沿著水平的公路慢慢走，並觀察路旁山壁上的水平連續岩層，於下表記錄各點間的路徑長與各地點的停留時間。



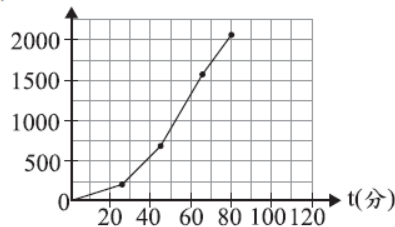
活動	起點走到甲點	甲點觀察	甲點走到乙點	乙點觀察	乙點走到丙點	丙點觀察	丙點走到終點
備註	路徑長 230 m	停留 30 分鐘	路徑長 470 m	停留 15 分鐘	路徑長 850 m	停留 20 分鐘	路徑長 510 m

若下列選項中，有一項是小喬進行野外觀察時，起點至終點間的路徑長(d)與時間(t)關係圖，考慮小喬行進時速率的合理性及此圖的正確性，假設小喬在各點停留觀察時均站立不動，則此圖最可能為下列何者？

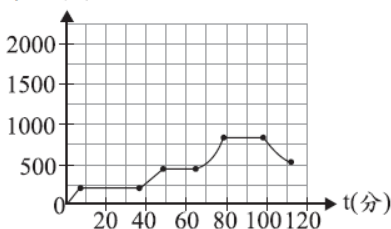
(A) $d(m)$



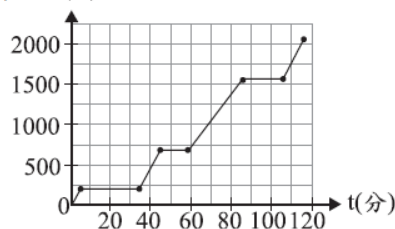
(B) $d(m)$



(C) $d(m)$

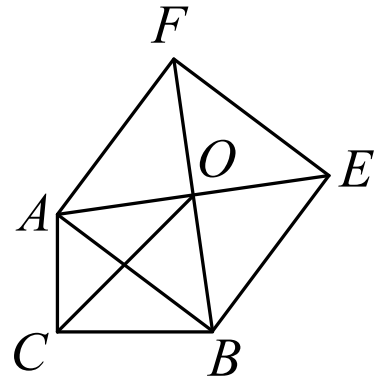


(D) $d(m)$



新聞稿用卷

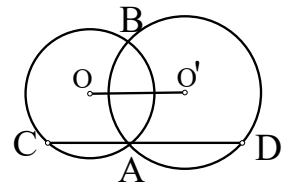
69. 如圖，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 6$ ，以 \overline{AB} 為一邊向三角形外作正方形 $ABEF$ 。已知正方形的中心點為 O ，且 $\overline{OC} = 8\sqrt{2}$ ，則 \overline{BC} 的長度為何？
- (A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12



70. 方程式 $x + \sqrt{x^2 + \sqrt{x^3 + 1}} = 1$ 的實數解共有幾個？
- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3

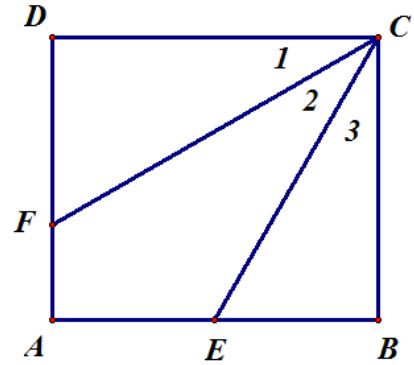
71. 圓 O 為 $\triangle ABC$ 的內切圓，分別切 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 於 P 、 Q 、 R 三點，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，則下列何者正確？
- (A) $\overline{AP} = 2$
(B) $\overline{BQ} = 3$
(C) 圓 O 的半徑 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
(D) $\triangle ABC$ 的面積為 $8\sqrt{3}$

72. 如圖，圓 O 與圓 O' 相交於 A 、 B 兩點，今過 A 點作一平行連心線 $\overline{OO'}$ 的直線，分別交兩圓於 C 、 D ，若 $\overline{OO'} = 8$ ，則 $\overline{CD} = ?$
- (A) 10
(B) 12
(C) 16
(D) 20



73. 坐標平面上， $A(4,1)$ ， $B(1,3)$ ， P 在 x 軸上， Q 在 y 軸上，則 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 的最小值為何？
- (A) $2 + \sqrt{11}$
(B) 6
(C) 7
(D) $\sqrt{41}$

74. 如圖，長方形 $ABCD$ 中， E 、 F 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AD} 上。若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ， $\overline{AF} = 3$ ， $\overline{BE} = 3\sqrt{3}$ ，則長方形 $ABCD$ 的面積為何？



- (A) $27\sqrt{3}$
 (B) $36\sqrt{3}$
 (C) $45\sqrt{3}$
 (D) $54\sqrt{3}$
75. 有 $\frac{3}{a}$ 、 $\frac{5}{b}$ 、 $\frac{7}{c}$ 三個正分數都是最簡分數，若 a 、 b 、 c 的最小公倍數為 105，則下列關於 a 、 b 、 c 三數的大小關係，何者不可能發生？
- (A) $a > b > c$
 (B) $a < b < c$
 (C) $a = b > c$
 (D) $a = b < c$
76. 若多項式 $(x+1)^{10}$ 除以 x^2+1 的餘式為 $ax+b$ ，則 $a-b = ?$

- (A) 2
 (B) 4
 (C) 16
 (D) 32
77. 老師在黑板出了一道題，如下：

已知 x 的一元二次方程式 $x^2 - 4x - (n^2 + 6n) = 0$ 的二根都是整數，其中 n 是整數，則此方程式的兩根為何？

以下有甲、乙兩生的答案：

甲說：「方程式的兩根為 0 或 4」

乙說：「方程式的兩根為 1 或 3」

關於兩人答案可能發生與否，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人的答案均可能發生
 (B) 兩人的答案均不可能發生
 (C) 甲可能，乙不可能
 (D) 甲不可能，乙可能

新聞稿用卷

78. 已知三角形三中線長各為6、9、12，求此三角形的面積為何？
- (A) $9\sqrt{15}$
(B) 72
(C) 24
(D) $12\sqrt{5}$
79. 設函數 $f(x) = (9^x + 9^{-x}) - 2(3^x + 3^{-x}) + 5$ ，求 $f(x)$ 的最小值？
- (A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1
80. 將11個正整數由小到大排列可得數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$ 。若此數列的算術平均數為10，中位數為9，眾數為8(其他正整數出現的次數都比8少)，則此數列的末項 a_{11} 的最大值為何？
- (A) 17
(B) 33
(C) 35
(D) 46