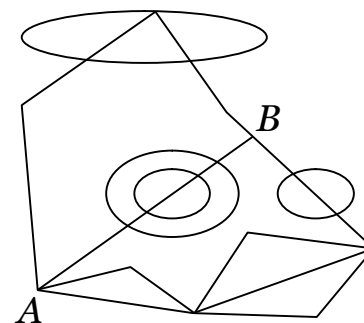
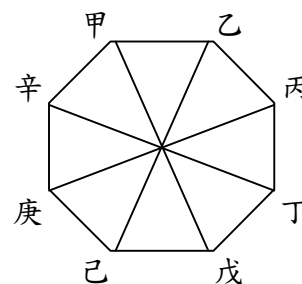


壹、填充題（每題 6 分、共 90 分，請用整數作答、全對才給分）

- 將四個英文字母 A, A, A, B ，五個中文字甲、乙、乙、丙、丁排成一列，若中英文交叉排列，試問有幾種方法數？
- 試求 $(x^{15} + x^{20})^8$ 展開式中 x^{150} 的係數
- 已知 $p > 0$ ，試求 $\sum_{r=0}^n C_r^n p^{n-r} (1-p)^r$ 之值
- 所謂的循環賽制：指的是，參賽的每個隊伍都會恰與其他參賽隊伍比賽一次。
已知本年度的班際桌球賽有 15 隊參賽隊伍，採用循環賽制，最後再統計各隊得分以決定名次，規定一場比賽中，贏的隊伍得 3 分、輸的隊伍得 -1 分，沒有平手和局
試問比賽結束後，這 15 個隊伍的得分之總和為多少？
- 試求 $C_2^5 \cdot C_4^8 + C_2^5 \cdot C_4^9 + C_2^5 \cdot C_4^{10} + C_2^5 \cdot C_4^{11} + C_2^5 \cdot C_4^{12} + C_2^5 \cdot C_4^{13}$ 之值
- 圖示為路線所在，沿著路線從 A 走到 B ，若路線中的任一點（尤其是交點）都不能經過兩次或兩次以上，試問有幾種不同路徑？



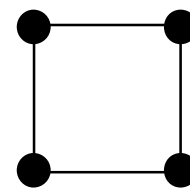
7. 將八個字母 A 、 a 、 B 、 b 、 C 、 c 、 D 、 d 置於圖中這八個位置上，若設定字母的大小寫需要彼此位於對角線上，試問有幾種排列？



8. 將 8 位轉班學生分發到甲、乙、丙三班，若每班至少分發 2 人，試問共有幾種分法？
9. 已知有 27 個字母：5 個 A 、5 個 B 、7 個 C 、7 個 D 、3 個 E ，從中任選出四個，若取到一個 A 代表 1000 元、 B 代表 100 元、 C 代表 10 元、 D 代表 1 元、 E 代表 0 元，試問有可能得到幾種不同的款項？
10. 將 4 顆金莎巧克力、1 枝原子筆、1 枝鋼筆、2 塊橡皮擦，任意分給甲、乙、丙、丁、戊等五個同學，試問有幾種可能的結果？
11. 試問 104060401 的正因數個數有幾個？（提示： $C_0^4 = 1$ 、 $C_1^4 = 4$ 、 $C_2^4 = 6$ 、 $C_3^4 = 4$ 、 $C_4^4 = 1$ ）
12. 一個袋子中有 22 個球，每個球印上了一個數字，若其中 11 個球印上了 2，剩下 11 個分別印上 3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37 若任意從這 22 顆球中選出 5 顆，並計算其數字的乘積，試問會有幾種結果？

13. 從一副撲克牌中取出所有 K 、 Q 、 J 、 10 ，一共 16 張
 (其中，四種花色 紅心、黑桃、磚塊、梅花各有四張)
 從這 16 張中任意取出 3 張，
 試問恰有兩種花色或恰有兩種點數的組合有幾組？

14. 假設 $x \in \mathbb{N}$ 、 $x \geq 2$ ，若將 x 種的顏料塗在右圖的四個頂點上，
 顏料可重複使用，且規定線段相連的兩個頂點不能同色，
 若滿足上述條件的著色法數量為 $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx$ ，
 試求有序對 (b, c, d)



15. 將兩組的 $AABCDEF$ 分別排入圖中上、下兩列的格子中，
 規定同字不得上下同排，試問有多少種排法

貳、證明題 (10 分)

1. 試證明巴斯卡公式： 若 $n, m \in \mathbb{Z}$ 、 $n > m \geq 0$ 則 $C_m^n + C_{m+1}^n = C_{m+1}^{n+1}$