

國立彰化女中 103 學年度第一學期第一次期中考 高三自然組數學科 試題卷 P1

一、多選題(每題 10 分，共 40 分)

1. 擲兩個公正骰子一次，若隨機變數 X 表示其點數和，隨機變數 Y 表示其點數積：

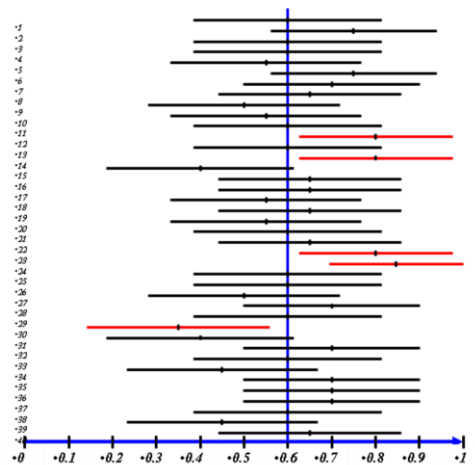
- (A) $X = 4$ 對應的事件與 $Y = 3$ 對應的事件相同
- (B) $X = 11$ 對應的事件與 $Y = 30$ 對應的事件相同
- (C) $P(X = 7) < P(X = 8)$
- (D) $P(X = 12) < P(Y = 12)$
- (E) $P(X = k) = \frac{6 - |k - 7|}{36}$ ，其中 $k \in \{2, 3, 4, \dots, 12\}$

2. 一個骰子 6 個面中有 4 個面是綠色、2 個面是紅色，現擲此骰子共 5 次，試問下列敘述何者正確？

- (A) 出現「綠紅綠紅綠」的機率大於出現「綠綠綠紅紅」的機率
- (B) 出現「綠綠綠紅綠」的機率大於出現「紅綠紅綠綠」的機率
- (C) 「5 次中共出現 2 次紅色」的機率為 $(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})^2$
- (D) 「5 次中共出現 2 次紅色」的機率大於「5 次中共出現 3 次紅色」的機率
- (E) 「5 次中至少出現 1 次紅色」的機率大於「5 次中至少出現 1 次綠色」的機率

3. 老師準備一籤筒 40 支籤中有 24 支為中獎籤。1 號同學每次在籤筒內抽取一支籤，記錄是否為有獎籤後放回，連續抽取 20 次後計算中籤率 \hat{p}_1 ；依此類推，班上 40 位同學皆得到 $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_{40}$ 等 40 個數據，並得到 40 個 95% 信賴區間如右圖，請選出正確的選項：

- (A) 共有 5 個信賴區間沒有包含母體比率 0.6
- (B) 每個區間包含母體比率 0.6 的機率皆為 0.95
- (C) 由圖中可知 \hat{p}_1 為 0.6，其得到的信賴區間長度最長
- (D) 若將人數增為 100 位，則約有 95 位得到的區間會包含母體真正的 p 值
- (E) 若將抽取次數增為 40 次，則每人得到的區間長度為前一次的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍



4. 以下為某水果日報對今年台北市長選舉做的支持度民調報導，請閱讀圖表後選出正確敘述者：

調查單位：世新大學民意調查研究中心
 調查時間：2014 年 9 月 17 日~18 日
 調查方式：電話訪問 (CATI 系統)
 調查對象：戶籍在台北市年滿 20 歲以上民眾
 抽樣方法：分層隨機抽樣
 成功樣本：1068 份
 抽樣誤差：在 95% 信心水準下不超過 $\pm 3\%$



- (A) 本次民調中，有表態心中支持候選人的受訪者約有 644 位
- (B) 本次民調可知，戶籍在台北市年滿 20 歲以上全體民眾對連姓候選人的支持度為 24.8%
- (C) 本次民調可知，本次選舉柯姓候選人篤定當選
- (D) 本次民調中，馮姓候選人的抽樣誤差最接近 3%
- (E) 若信心水準改成 68%，抽樣誤差的要求不變，則仍需訪問超過 250 份的成功樣本

國立彰化女中 103 學年度第一學期第一次期中考 高三自然組數學科 試題卷 P2

三、填充題(每格 5 分，共 60 分)

1. 假設隨機變數 X 與 Y 的機率分布如下：

X	1	2	3	4
機率值	$2p$	$3p$	$4p^2$	$2p^2$

Y	35	65	95	125
機率值	$2p$	$3p$	$4p^2$	$2p^2$

求：(1) $p =$ _____ (A) _____ (2) $Var(Y) =$ _____ (B) _____

2. 一袋子裝有 10 個硬幣，其中 5 個為 50 元，2 個為 5 元，其他 3 個同幣值。若一次取 2 個硬幣的期望值為 64 元，則其他 3 個硬幣值為 _____ (C) _____ 元。

3. 已知某產品 15 個一盒，其中 1 個為不良品，現每次取出一個逐一檢查，取到不良品即停止，設隨機變數 X 表示取出次數，若 X 的期望值為 μ 、標準差為 σ ，則數對 $(\mu, \sigma) =$ _____ (D) _____。

4. 附圖為一個「通靈者」在網路上刊登的廣告，很可能是一個騙人的把戲。假設通靈者對所有上門的人都說會生男孩，請根據附表中的機率值求通靈者每次服務的利潤期望值為 _____ (E) _____ 元。

妳懷孕了嗎？知名通靈人士
可以從母親的任何一張照片
告訴你未出生孩子的性別。
費用 3000 元，不準包退費！
有興趣者請點此處。

性別	機率
男	0.51
女	0.49

5. 某國家的年輕男生與女生的身高分佈皆遵守常態分配。已知年輕男生的身高平均為 170 公分、標準差為 8 公分，年輕女生的身高平均為 162 公分、標準差為 4 公分。若女生身高高於男生平均身高的百分比為 $\alpha\%$ ，男生身高低於女生平均身高的百分比為 $\beta\%$ ，請用常態分配的 68-95-99.7 法則，求數對 (α, β) 為 _____ (F) _____。

6. 數學老師於課堂上請同學使用亂數表模擬投擲不均勻硬幣 12 次，模擬的過程如下：由附上的隨機號碼表第四列第 9、10 行開始，兩個數字一組，數字為 00~19 時對應為硬幣正面，20~99 時對應為硬幣反面，則：

5646	9713	5457	6316	2470	1589	3537	4856
1824	2087	3481	9008	6295	5307	0595	0085
5419	0063	8842	1481	3172	8368	2278	0352
0736	3612	2601	8314	5345	4440	3440	4501
7694	3558	5396	8937	1036	0913	6342	1601

(1) 若本次模擬的不均勻硬幣正面機率為 p ，利用亂數表得到的正面樣本比率為 \hat{p} ，求數對 $(p, \hat{p}) =$ _____ (G) _____。

(2) 由(1)的 \hat{p} 值可得到正面的機率在 68% 信心水準下的信賴區間為 _____ (H) _____。

7. 某縣府研究單位發表：「在 95% 的信心水準下，彰化市民眾贊成在市區內建造 Ubike 系統的比率在 78% 到 84% 之間」，則此研究共調查了 _____ (I) _____ 個樣本。

8. 箱子裡有 2 顆紅球、4 顆藍球，阿俊從箱子中隨機抽出 1 顆球，記錄球的顏色後放回，重複此動作 6 次，隨機變數 X 表示取到紅球的次數， μ 、 σ 分別為 X 的期望值、標準差，則 $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) =$ _____ (J) _____。

9. 將一枚均勻的硬幣丟擲 10 次，在丟擲過程中，正面第一次出現時可得獎金 100 元，正面第二次出現時可再得獎金 200 元，正面第三次出現時可再得獎金 300 元，以此類推。則：

(1) 得到獎金 2800 元的機率為 _____ (K) _____。

(2) 丟擲 10 次的獎金的期望值為 _____ (L) _____ 元。

【試題結束】

國立彰化女中 103 學年度第一學期第一次期中考 高三自然組數學科 答案卷

三年_____班 姓名：_____ 座號：_____

一、多選題(每題 10 分，共 40 分)

1.	2.	3.	4
BDE	BD	AD	AE

二、填充題(每格 5 分，共 60 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$\frac{1}{6}$	$100\sqrt{53}$	20	$(8, \frac{2\sqrt{42}}{3})$
(E)	(F)	(G)	(H)
1530	(2.5, 16)	(0.2, 0.25)	[0.125, 0.375]
(I)	(J)	(K)	(L)
684	$\frac{713}{729}$	$\frac{15}{128}$	1625