

新北市立板橋高級中學 108 學年度	准考證號	
第一次教師甄選【數學科】試題卷		

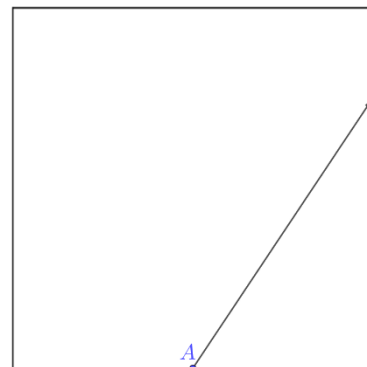
第壹部分：填充題 16 題，每題 5 分，共 80 分

- 試求 $f(x) = \sqrt{(\log_2 x)^2 + 4\log_2(x^2) + x^2 - 6x + 25} - \sqrt{4^x - 2^{x+2} + x^2 + 2x + 5}$ 的最大值。
- 若拋物線 $y = mx^2 - 1$ 上必存在著相異兩點會對稱於直線 $x + y = 0$ ，試求 m 的範圍。
- 三角形 ABC 中，已知 $\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC}$ 且 $\angle A = 30^\circ$ ，試求 $\angle B$ 之值。
- 有甲、乙兩個袋子，甲袋內裝有兩顆 1 號球，乙袋內裝有兩顆 2 號球，每一顆球被取到的機會都相同，若每次從各袋中取一顆球交換，則交換 5 次後甲袋內兩顆球的和為偶數的機率為 _____。
- 某橢圓的中心在點 $(1, -1)$ ，且長軸與直線 $x + y = 0$ 平行。若長軸長為 6，短軸長為 4，且此橢圓的方程式可以表示為 $x^2 + 2xy + y^2 + ax + by + c = 0$ ，則 $abc =$ _____。
- 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，若 $f(1) = -3$ 、 $f(-2) = 6$ 、 $f(3) = -9$ 、 $f(5) = 153$ ，則 $f(0) =$ _____。
- 將函數 $y = \log_5 x$ ， $y = \log_x 5$ ， $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ 及 $y = \log_x \frac{1}{5}$ 的圖形畫在同一坐標平面上，則在正 x 坐標的半平面上，有兩個或兩個以上函數圖形相交的交點共有 _____ 個。
- 設 α 、 β 是方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ 的二根，若 $\alpha^{2018} - \beta^{2018} = m$ ，且 $\alpha^{2015} - \beta^{2015} = n$ ，則 $\alpha^{2019} - \beta^{2019}$ 之值為 _____。(以 m 、 n 表示)
- 設點 $A(6, 13)$ 與點 $B(12, 11)$ 都在坐標平面圓 ω 上。若過 A 、 B 兩點作圓 ω 的切線，其交點在 x 軸上，則圓 ω 的面積為 _____。
- $6^{108} + 8^{108}$ 除以 343 的餘數為 _____。

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 9$ ， D 、 E 分別在 \overline{AB} ， \overline{AC} 滿足 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 且內心 I 在 \overline{DE} 上，則 \overline{DE} 之長為_____。

12. 若 x, y, z 滿足 $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 10 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 22 \end{cases}$ ，則 $xyz =$ _____。

13. 在一正方形球檯中，一球從底邊中點 A 處出發，往右邊界 $\frac{3}{4}$ 處碰撞後反射（如圖），假設在完全彈性碰撞下，球在第一次回到 A 點之前共反射_____次。



14. 設函數 $f: (0,1) \rightarrow \mathbb{R}$ 定義為 $f(x) = \begin{cases} x, & x \notin \mathbb{Q} \\ \frac{p+1}{q}, & x = \frac{q}{p}, \text{ 其中 } p, q \in \mathbb{N} \text{ 且 } p, q \text{ 互質} \end{cases}$ 。

則 $f(x)$ 在區間 $\left(\frac{3}{7}, \frac{9}{19}\right)$ 上的最大值為_____。

15. 試求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$ 。

16. 若 $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，定義 $f(k) = |1 - \omega^k| |\omega^{k+1} - \omega^{2k+1}| + |1 - \omega^{2k+1}| |\omega^k - \omega^{k+1}|$ ，試求 $f(0) \times f(1) \times f(2)$ 。

108 學年度新北市立板橋高級中學數學科教甄試題答案

第壹部分：每題 5 分，共 80 分

1.	送分	9.	$\frac{85}{8}\pi$
2.	$m > \frac{3}{4}$	10.	296
3.	40°	11.	$\frac{16}{3}$
4.	$\frac{5}{16}$	12.	-2
5.	送分	13.	9
6.	18	14.	$\frac{5}{2}$
7.	5	15.	8
8.	$\frac{3m+n}{2}$	16.	7