

108 高雄女中

1. x_1, x_2, \dots, x_n μ_x σ_x

y_1, y_2, \dots, y_n μ_y σ_y 共兩筆資料，若 $y_i = ax_i + b$ 試證：

(1) $\mu_y = a\mu_x + b$ (2) $\sigma_y = |a|\sigma_x$

2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 試求：

(1) $A^5 - 4A^4 - 8A^3 - 11A^2 - 23A - 32I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則 $(a, b, c, d) =$

(2) 若 $B = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$, $B^2 = A$, 求 $(p, q, r, s) =$

3. 整係數方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 1 = 0$ 有三相異實根 $\alpha, \beta, \frac{\alpha + \beta}{2}$, 求 a, b 之值。

4. $(1 + \sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$, 試證：

(1) $a_{n+1} = a_n + 2b_n$, $b_{n+1} = a_n + b_n$ (2) $a_n^2 - 2b_n^2 = (-1)^n$

5. $\log_2(\sqrt{3} + \tan 10^\circ) + \log_2(\sqrt{3} + \tan 20^\circ) + \log_2(1 + \sqrt{3} \tan 25^\circ) + \log_2(1 + \sqrt{3} \tan 35^\circ)$

6. $L_1: x - y + 2 = 0$, $L_2: 3x - 2y - 5 = 0$, $L_3: 3x - 5y + 1 = 0$, $L_4: x + 2y - 10 = 0$ 。

若有一二階方陣 A , 使得 L_1, L_2 經 A 變換得到 L_3, L_4 , 試求 A

7. 可微分函數 $f(x)$, $f(x+y) = f(x) + f(y) + 4xy$, $f'(0) = 3$, 求 $f(10) =$

8. 有一長方形 $ABCD$, 周長為 8 , 若有一圓過 A, B 二點且與 \overline{CD} 相切 , 求圓半徑 r 的最小值。

9. 平面 F 的上方有 P, Q 二定點 , $\overline{PQ} = 15$ 且與 F 平行 , \overline{PQ} 至 F 的距離為 8 。取平面 F 上有一半徑為 2 的圓 , 圓上有二動點 R, S , 求四面體 $PQRS$ 體積的最大值。

10. 一密度不平均的直圓柱(半徑為 4)置其於水中 , 水面恰通過下底面的直徑 , 且與下底面夾 60° , 上底面完全在水面上方 , 試求直圓柱在水面下的體積。