

高雄市立高雄高級中學 103 學年度上學期第三次期中考
數學科題目卷

填充題：90%（共 13 格。選擇題錯 1 個選項給半對，2 個以上不給分）

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 得分 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 43 | 50 | 57 | 65 | 73 | 81 | 90 |

1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 6 : 3 : 5$ ，試求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 之值

-1

2. 若 $x, y \in \mathbb{R}$ ，且 $\frac{3}{10}x + \frac{2}{5}y - 1 = 0$ ，試求 $\sqrt{\frac{x^2 + 16 + y^2}{5}}$ 的最小值

2

3. 已知 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2)$ ， $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 12\pi$ ， $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = -9\pi$ ，
 $\begin{vmatrix} c_1 - b_1 & b_1 \\ c_2 - b_2 & b_2 \end{vmatrix} = 3\pi$ ，若 $\vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c}$ ，試求數對 (x, y)

(3, 4)

4. 已知 $(\vec{a} + \vec{b})$ 與 $(\vec{a} - \vec{b})$ 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，若 $|\vec{a} + \vec{b}| = 2$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5\pi}$ ，試求 $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$ 之值

$\sqrt{5\pi}$

5. 在直角坐標上有一直線 L ，若 A 點位於 L 上， P 點不在 L 上，且 $\overrightarrow{AP} = (3, 2)$ ，又已知 $\vec{n} = (5, 12)$ 為 L 之法向量，試求 P 點到直線 L 的距離

3

高雄市立高雄高級中學 103 學年度上學期第三次期中考
數學科題目卷

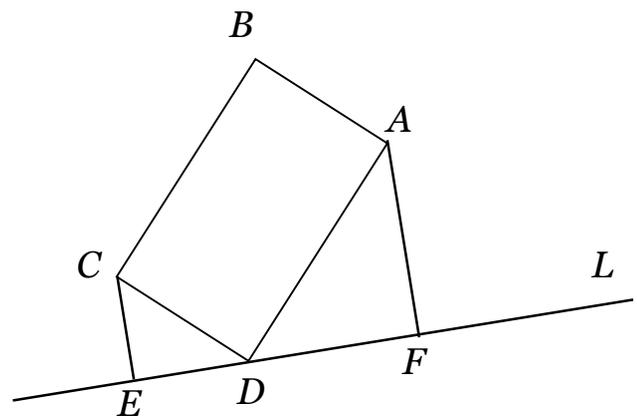
6. 已知 $(x_1 + y_1)y_2 - (x_2 + y_2)y_1 = 3$ 、 $z_1(y_2 - \sqrt{2}z_2) - z_2(y_1 - \sqrt{2}z_1) = 4$ 、
 $x_1(z_2 + \sqrt{3}x_2) - x_2(z_1 + \sqrt{3}x_1) = 2$ ，試求 $(x_2 + 5z_2)(2x_1 + 3y_1) - (x_1 + 5z_1)(2x_2 + 3y_2)$ 之值

- 49

7. 已知 $A(1, 1)$ 、 $B(3, 2)$ 、 $C(8, 7)$ ，若 $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ ，且 \overline{AP} 與 \overline{BC} 相交於 D 點，
試求 D 點坐標

(6, 5)

8. 如下圖所示， $ABCD$ 為長方形， L 為過 D 點之直線，
若 \overline{AF} 垂直 L 於 F 點、 \overline{CE} 垂直 L 於 E 點，
且 $\overline{DE} = 5$ 、 $\overline{DF} = 7$ ，試求 $\overline{DB} \cdot \overline{EF}$ 之值



24

9. 已知 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ， $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 3$ 、 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = -13$ ，試求 \overline{OA}

$\sqrt{10}$

10. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC}$ 、 $\overline{CD} = \overline{DA}$ ，若 $\overline{BA} = (1, 3)$ 、 $\overline{BD} = (30, 15)$ ，試求 \overline{BC}

(3, -1)

高雄市立高雄高級中學 103 學年度上學期第三次期中考
數學科題目卷

11. 試問下列哪些選項正確？

- (A) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，則 $\vec{a} = \vec{0}$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$ (B) 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{b} = \vec{c}$
 (C) 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，則 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (D) 若 $\vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ ，則 $\vec{a} \parallel \vec{c}$
 (E) 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，則 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

(C)(E)

12. 已知 L_1 為平面上斜率小於 0 之直線，且點 $A(1, 1)$ 、點 B 皆位於 L_1 上，

今有另一直線 $L_2: 3x + 2y = 1$ ，其與 L_1 之夾角的正弦值為 $\frac{1}{\sqrt{65}}$ ，

且 A 、 B 兩點到 L_2 的距離比為 4:1，試求 B 點坐標 (答案有兩解，解出一組給半對)

(4, -5)、(6, -9)

13. 已知 a 、 b 皆為實數常數，試問方程組 $\begin{cases} 2x + by = a^2 + b \\ 2x + ay = b^2 + a \end{cases}$ 的解有可能是下列哪些情況？

- (A) 恰有一解 (B) 無解 (C) 無限多組解
 (D) 位於第一象限 (E) 位於第四象限

(A)(C)(D)(E)

證明題：10%

已知： $\triangle ABC$ 中，若 $\overrightarrow{AB} = (a, b)$ 、 $\overrightarrow{AC} = (x, y)$

求證：1. $\triangle ABC$ 的面積 = $\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 |\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$ (5 分)

2. $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} a & b \\ x & y \end{vmatrix} \right|$ (5 分)

