

一、多重選擇題(至少有一個選項是正確的)

1. 下列哪些選項的方程式(組)代表空間中的直線?

(A) $3x - 2y = 4$ (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 4 \\ \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{5} \end{cases}$ (E) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t, t \leq 10 \\ z = 3 \end{cases}$

2. 下列哪些空間坐標系的圖形與 $2x - 2y - z = 4$ 的圖形不相交?

(A) $2x - 2y - z = 0$ (B) $3x + 2y + 2z = 1$ (C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}$ (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = t, t \in R \\ z = 4t \end{cases}$ (E) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - 3y - 2z = 2 \end{cases}$

3. 設三個相異平面 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$ (*) 相交於直線 L, 點 A(3, 2, 1) 亦在 L 上。現考慮三元一次聯立方程組

$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ (**), 若 $(x, y, z) = (-2, 4, 5)$ 為 (**) 的一解。試問下列哪些選項是正確的?

(A) 向量(3, 2, 1)為 L 的一個方向向量; (B) 行列式 $\begin{vmatrix} a_1 + d_1 & b_1 + d_1 & c_1 + d_1 \\ a_2 + d_2 & b_2 + d_2 & c_2 + d_2 \\ a_3 + d_3 & b_3 + d_3 & c_3 + d_3 \end{vmatrix} = 0$;

(C) $(x, y, z) = (-5, 2, 4)$ 為 (**) 的一解; (D) 方程組 (**) 恰有一組解;

(E) 若 (*) 的解為 (x_1, y_1, z_1) , (**) 的解為 (x_2, y_2, z_2) , 則 $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$ 的最小值為 45。

二、填充題

1. 空間中兩平面 $E_1: 3x + 2y - z = 6$, $E_2: 6x - 3y + 5z = -3$, 三點 A、B、C 都在 E_1 上,

且 $\triangle ABC$ 面積 = 10, 試求 $\triangle ABC$ 在 E_2 上的投影面積_____。

2. 直線 $\frac{x-x_0}{-2} = \frac{y+2}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ 垂直平面 $4x + 3y + 2z = 5$ 於點(1, 1, -1), 試求 $m + n + x_0 + z_0 =$ _____。

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科試卷(自然組)

3. 已知兩直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-7}{6}$ 、 $L_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$ 交於一點，

- (1) 試求包含 L_1 、 L_2 的平面方程式_____。
(2) 試求 L_1 、 L_2 的夾角平分線方程式_____。(請以對稱比例式表示)

4. 空間中兩直線 $L_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-8}{-2}$ ， $L_2: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{4}$ ，

- (1) 試求兩直線的距離 $d(L_1, L_2) =$ _____
(2) 若 L_1 關於平面 E 的對稱直線為 L_2 ，試求 E 的方程式 _____。

5. 已知方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=-2 \\ 2x+3y+4z=a \\ 3x+4y+5z=b \\ 4x+5y+6z=b^2 \end{cases}$ 有解，其中 α 、 β 都不是整數，則 $\alpha + \beta =$ _____

6. O 為原點， $OABC$ 為正四面體，且 A 、 B 、 C 三點皆在平面 $x + y + 2z = 6$ 上，試求正四面體 $OABC$ 的體積_____。

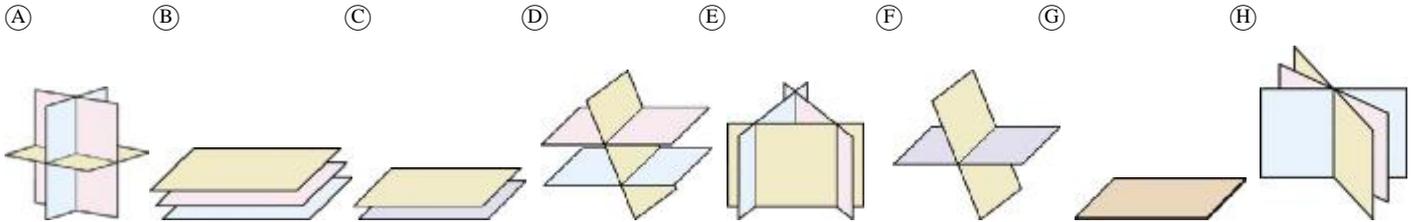
7. 在平面 $5x + 4y + 2z = 0$ 上有一圓 C ，圓心為 $(0, 0, 0)$ ，在圓上有一點為 $P(a, b, 17)$ 。平面上直線 L 為過 P 的切線，其一方向向量為 $(4, -7, 4)$ 。求數對 $(a, b) =$ _____。

8. s, t 為任意實數，(1) 試求 $\sqrt{(3+2s+2t)^2 + (2-s)^2 + (1-t)^2}$ 的最小值_____；
(2) 承(1)，此時數對 $(s, t) =$ _____

9. a 為實數，且方程組
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{x} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{y} \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = \frac{a}{z} \end{cases}$$
 無解，試求所有 a 值所成的集合 = _____。

10. 空間中三直線 $L_1: x-1=y-2=z-2$ ， $L_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t, t \in R \\ z=1+2t \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} 2x-3y=-5 \\ z=0 \end{cases}$ 。點 P 在 L_1 、 L_2 、 L_3 的正射影坐標分別為 $A(0, 1, 1)$ 、 $B(3, 0, 3)$ 、 $C(-1, 1, 0)$ ，試求 P 點坐標_____。

11. 下列為空間中三平面相交的各種情形：



若三平面 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ 表示的關係為Ⓐ，則三平面 $\begin{cases} b_1x + c_1y + d_1z = a_1 \\ b_2x + c_2y + d_2z = a_2 \\ b_3x + c_3y + d_3z = a_3 \end{cases}$ 的關係可能為哪些？_____

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科答案卷(自然組)

二年__班__號 姓名_____

一、多重選擇題(18%)(每題6分。錯1個選項給4分，錯2個給2分，錯3個以上或未作答不給分)

1.	2.	3.

二、填充題：(82%)(請注意題號，寫錯格不給分。全對才給分)

計分標準：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	31	38	44	50	55	60	65	70	74	78	82

1.	2.	3.(1)	3.(2)
4.(1)	4.(2)	5.	6.
7.	8.(1)	8.(2)	9.
10.	11.		

高雄中學一〇二學年度第二學期第三次段考數學科答案卷(自然組)

二年__班__號 姓名_____

一、多重選擇題(18%)(每題6分。錯1個選項給4分，錯2個給2分，錯3個以上或未作答不給分)

1.	2.	3.
(B)(D)	(A)(D)	(A)(B)(C)

二、填充題：(82%)(請注意題號，寫錯格不給分。全對才給分)

計分標準：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
分數	8	16	24	31	38	44	50	55	60	65	70	74	78	82

1.	2.	3.(1)	3.(2)
$\sqrt{5}$	$\frac{-17}{2}$	$3x + 42y - 22z - 101 = 0$	$\frac{x+1}{8} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{3}$, $\frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-1}{-9}$
4.(1)	4.(2)	5.	6.
$4\sqrt{11}$	$3x + y + z = 0$	$\frac{-7}{4}$	$\frac{9\sqrt{2}}{4}$
7.	8.(1)	8.(2)	9.
$(-10, 4)$	3	$(0, -1)$	$\{a \mid a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \text{ 且 } a \neq 6\}$ (或寫成 $\mathbb{R} - \{0, 6\}$)
10.	11.		
$(1, -2, 3)$	Ⓐ Ⓓ Ⓔ		