

數學科

班別:

姓名:

座號:

## 一、填充題：(90%)

(參考數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ )

1. 甲乙丙丁4人玩剪刀，石頭，布的猜拳遊戲，試問在某次猜拳有勝負的條件下，甲輸的機率？
2. 假設有一不公正的骰子，其各點出現的機率與其點數成正比。投擲此骰子2次，試問在其點數和為偶數的條件下，第一次為奇數點的機率？
3. 根據過去紀錄知，某電子廠檢驗其生產的零組件過程中，將良品檢驗為不良品的機率為 $\frac{1}{5}$ ，將不良品檢驗為良品的機率為 $\frac{16}{100}$ 。又知該零組件中，不良品佔 $\frac{1}{20}$ ，良品佔 $\frac{19}{20}$ 。試問當一零組件被檢驗為良品時，其確為良品的機率？
4. 連續投擲一公正的骰子，試問最少需投擲幾次，出現點數6的機率才會超過99.9%？
5. 小雄以一萬元購買基金，每年年底結算一次報酬率。若最近三年的年報酬率分別為60%，-10%與 $r\%$ ，且知此三年的年報酬率平均有20%。試求 $r$ 之值。
6. 一袋子中有3個紅球，4個白球，5個黑球。甲、乙、丙等12人依序隨機地從袋中各取出一球，取後不放回。
  - (1) 若已知丙取到白球，試問甲亦取到白球的機率？
  - (2) 試問袋中紅球最先被取完且黑球最後被取完的機率？

7. 將9個拾元硬幣逐個隨機地放入  $A, B, C$  三個箱子中，若  $A$  箱中至少有一個硬幣的機率為  $p$ ，則  
 (A)  $0.6 < p < 0.7$  (B)  $0.7 < p < 0.8$  (C)  $0.8 < p < 0.9$  (D)  $0.9 < p < 1$
8. 某校高一有  $A, B$  兩個班級，各班均有男女同學。某次數學考試， $A$  班男生的成績（算術）平均與標準差分別為  $m_{AM}$  和  $s_{AM}$ ； $A$  班女生的成績（算術）平均與標準差分別為  $m_{AW}$  和  $s_{AW}$ ； $B$  班男生的成績（算術）平均與標準差分別為  $m_{BM}$  和  $s_{BM}$ ； $B$  班女生的成績（算術）平均與標準差分別為  $m_{BW}$  和  $s_{BW}$ 。若已知  $m_{AM} > m_{BM}$ ， $m_{AW} > m_{BW}$  且  $s_{AM} > s_{BM}$ ， $s_{AW} > s_{BW}$ ，試問哪一敘述必定正確？  
 (A)  $A$  班全班成績的（算術）平均介於  $m_{AM}$ ， $m_{AW}$  之間  
 (B)  $A$  班全班成績的標準差介於  $s_{AM}$ ， $s_{AW}$  之間  
 (C)  $A$  班全班成績的（算術）平均 高於  $B$  班全班成績的（算術）平均  
 (D)  $A$  班全班成績的標準差 高於  $B$  班全班成績的標準差
9. 一袋子中有編號為  $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{20}$  的球 20 顆。若每顆球被取到的機會均等，現甲乙丙丁 4 人依序自袋中各取 5 顆球，取後不放回。試問：  
 (1) 甲取到的 5 顆球編號總和比乙丙丁都大的機率為何？  
 (2) 甲取到的 5 顆球編號總和最大，且乙取到的 5 顆球編號總和最小的機率？
10. 某校某次月考數學成績不太理想：最高 80 分，（算術）平均 40 分，標準差 20 分。現欲調整分數，  
 方案一：每位學生原始成績乘以 0.9，再加 28 分  
 方案二：每位學生原始成績平方再除以 100，再加 36 分  
 若依方案一，二調整後的成績（算術）平均分別為  $m_1$ ， $m_2$ ，試求數對  $(m_1, m_2)$ 。

11. 小雄在整理書桌時發現了一紙條，紀錄了在高一5次數學及物理考試的成績如下：

|        |    |    |    |    |     |
|--------|----|----|----|----|-----|
| 數學 (X) | 70 | 80 | 90 | 60 | 100 |
| 物理 (Y) | 80 | 80 | 90 | 70 |     |

以最小平方法求得之物理 (Y) 對數學 (X) 的迴歸直線為  $y = 0.3x + 56$

其中最後一次的物理成績因污損已不可分辨其分數，試問此次成績應是幾分？

12. 一組二維數據  $(X, Y) = \{ (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \}$ ， $X$  的 (算術) 平均  $m_1$ ， $Y$  的 (算術) 平均  $m_2$ 。

若將資料  $(m_1, m_2)$  加入此二維數據中，試問下列哪些統計量是不會改變的？

- (A)  $X, Y$  的 (算術) 平均  
(B)  $X, Y$  的標準差  
(C)  $X, Y$  的相關係數  
(D) 以最小平方法求得之  $Y$  對  $X$  的迴歸直線
13. 有一電視節目遊戲的玩法如下：參加者前有5扇門，其中一扇後面有輛汽車獎品，其餘均沒有任何獎品。參加者先任選2扇門，選定後主持人會開啟參加者所選2扇門中沒有獎品的其中一扇，也開啟未被選中的3扇門中沒有獎品的其中一扇。現在再給參加者一次選擇的機會，可改變他選擇的門，以機率的眼光來看，換門中獎的機率為何？

## 二、證明題：(10%)

14. 某試驗的兩個事件  $A, B$ 。若事件  $A, B$  獨立，試證明其餘事件  $A', B'$  亦獨立。

數學科

班別：

姓名：

座號：

一、 填充題：(90%)

|    |      |      |    |
|----|------|------|----|
| 1  | 2    | 3    | 4  |
| 5  | 6(1) | 6(2) | 7  |
| 8  | 9(1) | 9(2) | 10 |
| 11 | 12   | 13   |    |

二、 計算題：(10%)

|    |
|----|
| 14 |
|----|

數學科

班別：

姓名：

座號：

三、 填充題：(90%)

|                        |                            |                            |                   |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------|
| <b>1</b> $\frac{1}{2}$ | <b>2</b> $\frac{9}{25}$    | <b>3</b> $\frac{95}{96}$   | <b>4</b> 38       |
| <b>5</b> 20            | <b>6(1)</b> $\frac{3}{11}$ | <b>6(2)</b> $\frac{5}{21}$ | <b>7</b> <b>D</b> |
| <b>8</b> <b>A</b>      | <b>9(1)</b> $\frac{1}{4}$  | <b>9(2)</b> $\frac{1}{12}$ | <b>10</b> (64,56) |
| <b>11</b> 80           | <b>12</b> <b>ACD</b>       | <b>13</b> $\frac{3}{10}$   |                   |

四、 計算題：(10%)

|           |
|-----------|
| <b>14</b> |
|-----------|