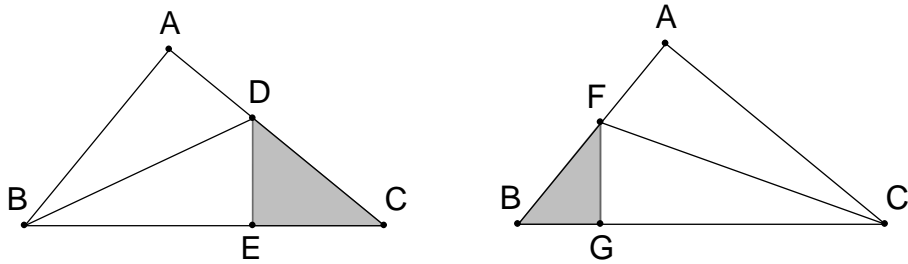


新竹市立建功高中 107 學年度第一次正式教師甄試國中數學科試題

一、填充題：【20 題，每題 4 分，共計 80 分】

- 1 如下圖，已知直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ 、 $\overline{AB}:\overline{AC}:\overline{BC} = 3:4:5$ ，若 \overline{BD} 平分 $\angle ABC$ 且交 \overline{AC} 於 D 點並作 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ， \overline{CF} 平分 $\angle ACB$ 且交 \overline{AB} 於 F 點並作 $\overline{FG} \perp \overline{BC}$ ，則 $(\frac{\Delta DEC + \Delta FGB}{\Delta ABC})$ 的面積比值 = _____



A: $\frac{13}{36}$

- 2 已知 a 、 b 、 c 為正整數，且滿足： $\frac{19}{20} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$ ，則 $a+b+c$ 的所有可能值中最小值 = _____。

A:12

- 3 在拋物線 $y = x^2$ 上取四個點 A、B、C、D，已知 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的交點恰落在 Y 軸上，且 A、B、C 三點的 X 座標分別為 -1 、 2018 、 -2 ，則 D 點的 X 座標 = _____

A:1009

- 4 任意凸 160 邊形，其內角最多有幾個小於 160 度？

A:17

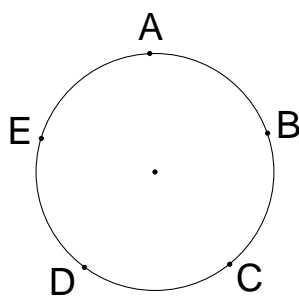
- 5 已知 x 為正實數，且 y 為 x 的小數部分，又 $x^2 + y^2 = 2018$ ，則 $x =$ _____

A: $22 + 5\sqrt{21}$

- 6 已知 (a_n) 、 (b_n) 為兩組相異的等比數列，若 $a_1 + b_1 = 24$ 、 $a_2 + b_2 = -4$ 、 $a_3 + b_3 = 86$ 、 $a_4 + b_4 = 71$ ，則 $a_5 + b_5 =$ _____

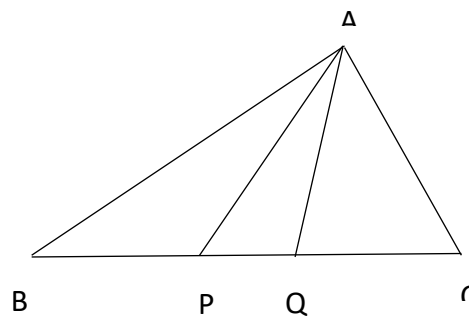
A: $393\frac{1}{2}$

- 7 如下圖：一圓周上有 5 個等分點 A、B、C、D、E，某一遊戲規則如下：在 A 點放一顆棋子並擲一個公正骰子，若擲出偶數點，則棋子由所在位置順時針移動 2 格（例如：由 A 至 C），若擲出奇數點，則棋子由所在位置順時針移動 1 格（例如：由 A 至 B），若擲回到 A 點則遊戲結束，否則就繼續。請問：恰好只走一圈遊戲即結束的機率=_____



A: $\frac{21}{32}$

8. 如右圖 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{AC} = 12$ ，若在 \overline{BC} 邊上取兩點 P 和 Q ，使得 \overline{AQ} 成為 $\angle BAC$ 的角平分線且 $\overline{BP} = \overline{QC}$ ，則 $\sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{AQ}^2}$ 之值 = _____。



A: 8

9. 當 $a < x < b$ 時， $f(x) = |1 - 3x| + |1 - 5x| + |1 - 7x| + |1 - 9x| + |1 - 11x| + |1 - 13x|$ 恆為定值 c ，試求 $a \times b \times c$ 之值 = _____。

A: $\frac{2}{99}$

10. $n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{99 \text{ 個 } 9}$ ，請問 n 這個數字含有 _____ 個 1（例如 12131 就含有 3 個 1）。

A: 99

11. 設 $A = 2^{2018} - 1$ ，則 A 的末二位數碼為 _____。

A: 43

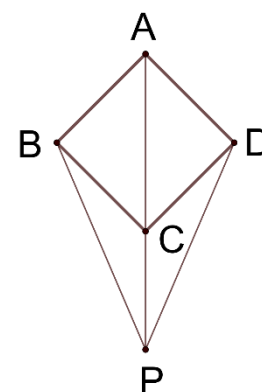
12. 設 n 為正整數，如果 n 與它的所有的數字之和為 313，則滿足這樣條件的 n 之最小值為 _____。

A: 296

13. 設 a 、 b 、 c 皆為正整數，且 $a \geq b \geq c$ 並滿足 $a + b + c = 19$ ，則以 a 、 b 、 c 為邊長的三角形共有 _____ 個。

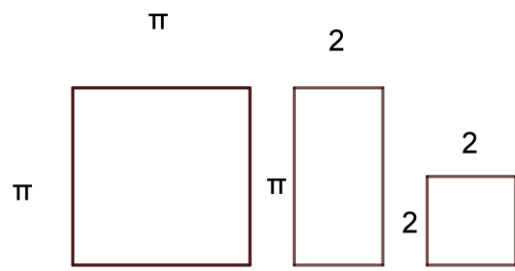
A: 10

14. 如右圖，四邊形 ABCD 是邊長為 6 的菱形， $\overline{BP} = \overline{DP} = 9$ ，則 $\overline{AP} \times \overline{CP} = ?$



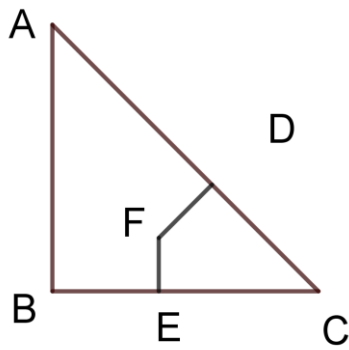
A: 45

15. 如圖,有 A,B,C 三塊不同的紙板,其中 A 是邊長為 π 公分的正方形;B 是長為 π 公分,寬為 2 公分的長方形;C 為邊長為 2 公分的正方形.在不重疊的情況下,已知有 10 塊 A,28 塊 B,50 塊 C,請問可以排出最大正方形的邊長為多少公分?



A: $2\pi + 14$

16. 如圖所示,其中三角形 ABC 為等腰直角三角形, $\angle B = 90^\circ$, $\overline{DF} \perp \overline{AC}$, $\overline{FE} \perp \overline{BC}$,且 $\overline{DF} = \sqrt{2}$, $\overline{FE} = 1$,求四邊形 DFEC 的面積為多少?



A: $\frac{7}{2}$

17. 因式分解 $(x+1)(2x+1)(3x-1)(4x-1)-36x^4$

A: $-(x-1)^2(12x^2+2x-1)$

18. 解方程組
$$\begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{1}{xy} = \frac{20}{3} \\ xy + \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

A: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}), (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}), (\frac{1}{2}, 3), (-\frac{1}{2}, -3)$

19. 當 x =多少時, $y=(x-2)(x-4)(x-6)(x-8)+12$ 有最小值 y ?求 (x,y)

A: $(5 \pm \sqrt{5}, -4)$

20. 化簡 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100} = ?$

A: $1\frac{99}{101}$

二、計算題：【4題，每題5分，依計算過程，給予適當分數】

1 對任意實數 x 、 y 、 z ，運算符號 “ $*$ ” 滿足以下關係： (1) $x * x = 0$ (2) $x * (y * z) = (x * y) + z$

試求： $2018 * 2017 =$ _____

A:1

2 已知 x 為實數，試解方程式： $(x^2 + x + 1)(1 + x + x^2 + \cdots + x^9 + x^{10}) = (1 + x + x^2 + \cdots + x^6)^2$

A: $x=0$ 或 -1

3 已知 x 、 y 為實數，則 $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}$ 的最大值 = _____

A:1

4 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CA} = 12$ ， D 、 E 在 \overline{CA} 上，且 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ ，試求 $\overline{BD} =$ _____。

A: $\frac{2\sqrt{30}}{3}$

