

臺北市立建國高級中學 107 學年度第一次正式教師甄選數學科題目卷

本次甄選試題分兩大部分，第一部分為填充題(共 10 題)，需填寫在答案卷第 1 頁所對應的空格中；第二部分為計算證明題(共 3 題)，需依題號填寫在答案卷第 2、3、4 頁。

一、填充題：(每題 7 分，共 70 分)

1. 若集合 $A = \{z \mid z^{12} = 1, z \in \mathbb{C}\}$ ，集合 $B = \{z \mid z^{16} = 1, z \in \mathbb{C}\}$ ，則集合 $\{z_1 z_2 \mid z_1 \in A, z_2 \in B\}$ 的元素個數為_____。
2. 級數 $\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{2^k}$ 之值為_____。
3. 化簡 $\frac{(1^4+18^2)(11^4+18^2)(23^4+18^2)(35^4+18^2)(47^4+18^2)}{(5^4+18^2)(7^4+18^2)(17^4+18^2)(29^4+18^2)(41^4+18^2)}$ 之值為_____。(以最簡分數表示)
4. 已知 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 。設函數 $f: A \rightarrow A$ ，則滿足 $f(f(x))$ 的值域為 B 的函數 f 共有_____個。
5. 設 x, y 為實數且 $x+y=x^2+y^2$ ，則 $x^3+y^3+\frac{9}{2}x+\frac{9}{2}y$ 之最大值為_____。
6. 四面體 $ABCD$ 中，已知 \overline{DA} 垂直底面 ABC ，側面 ABD 與側面 BCD 互相垂直， $\angle BDC = 60^\circ$ ， $\overline{DB} = \sqrt{3}$ ，若三個側面的面積的平方和為 10，則 $\sin \angle ADB$ 的值為_____。
7. 設圓 $O: x^2 + y^2 = 4$ ，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，已知 \overline{AC} 與 \overline{BD} 互相垂直且交於 $(1, 0)$ ，則四邊形 $ABCD$ 面積的最大值為_____。
8. 四面體 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\overline{AD} = 11$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 10$ ， $\overline{BD} = 12$ ，若平面 ABC 與平面 ADC 所夾二面角之度量為 θ ，則 $\cos \theta$ 之值為_____。
9. 若自然數 n 滿足 $6 + \frac{1}{n+1} < \sqrt[3]{220} < 6 + \frac{1}{n}$ ，則 n 之值為_____。
10. 已知 x 是自然數，若將分數 $\frac{x}{61}$ 化為小數，得 $\frac{x}{61} = 0.d_1 d_2 d_3 \dots$ ，其中 $d_{37} = 2$ ， $d_{65} = 3$ ，則數對 (x, d_{36}) =_____。

臺北市立建國高級中學 107 學年度

第一次正式教師甄選 數學科 答案卷

※請勿書寫任何與答案無關的文字

一、填充題：(每題 7 分，共 70 分)

1.	48
2.	$\frac{6 \times 2^n - n^2 - 4n - 6}{2^n}$
3.	$\frac{2509}{109}$
4.	864
5.	11
6.	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
7.	7
8.	$-\frac{\sqrt{22}}{16}$
9.	27
10.	(56, 7)