

填充第 8 題

$$\text{令 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 - n + 1)}{2^n} \\ &= x^2 \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} x^n \\ &= x^2 \left(\frac{1}{1-x} \right)'' + \frac{1}{1-x} \\ &= \frac{2x^2}{(1-x)^3} + \frac{1}{1-x} \\ &= \frac{22}{27} \end{aligned}$$

計算第 2 題

$$P \left(\frac{1}{\sqrt{1-a}}, \frac{a}{1-a} \right)$$

$$L: y = \frac{a}{\sqrt{1-a}} x$$

T 之體積

$$\begin{aligned} &= \pi \int_0^{\frac{1}{\sqrt{1-a}}} \left[\left(\frac{a}{\sqrt{1-a}} x \right)^2 - (ax^2)^2 \right] dx \\ &= \pi \left(\frac{a^2}{3(1-a)} x^3 - \frac{a^2}{5} x^5 \right) \Bigg|_0^{\frac{1}{\sqrt{1-a}}} \\ &= \frac{2\pi}{15} \times \frac{a^2}{(1-a)^{\frac{5}{2}}} \end{aligned}$$

微分後，可知 $a = -4$ 時，T 有最大值 $\frac{32\sqrt{5}}{1875} \pi$