

【填充題】

1. 解方程式 $(x - 2^{\frac{1}{2}})(x - 3^{\frac{1}{3}})(x - 7^{\frac{1}{7}}) = |(x - 2^{\frac{1}{2}})(x - 3^{\frac{1}{3}})(x - 7^{\frac{1}{7}})|$
2. 求滿足 $x + y + z + u^2 + v^3 \leq 10$ 之正整數解的個數
3. 設 $f(x) = x^2 - 2x + 2$, 求 $y = f(x)$, $x = 0, x = 3$ 所圍成區域之上和 U_{3n}
4. 阿正(男)與另外三位男生和三位女生排成一列, 則阿正不排首尾且恰兩個女生相鄰之方法數
5. 有一 $\triangle ABC$, 在 \overline{BC} 取 D, E 兩點已知 $\overline{BD} = 3, \overline{DE} = 4, \overline{EC} = 8$ 且 $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC$, 求 $\triangle ABC$ 之面積
6. (關於樂透彩) $p = \frac{1}{C_6^{42}}, q = \frac{2}{C_{12}^{24}}$, 求 $\frac{p}{q}$ 之近似值(四捨五入至小數點第一位)
7. $f(x) = x - [x]$, 求 $\sum_{k=1}^{2018} f(\frac{2k}{2018})$
8. 求 $(\sqrt{10 + \sqrt{51}})^3 + (\sqrt{10 - \sqrt{51}})^3$

【計算題】

- 給定空間中的直線方程式, 以及兩定點 A, B , 直線找一點 P 使得 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 有 \min

(1) P 點坐標 (2) $\overline{PA} + \overline{PB}$
- $f(x)$ 為整係數三次多項式, 領導係數為 $1, \alpha = \sqrt[3]{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}} - 1, \beta, \gamma$ 為 $f(x) = 0$ 之三根, $g(x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 10x + 8$

(1) $f(x)$ (2) $\frac{1}{g(\alpha)} + \frac{1}{g(\beta)} + \frac{1}{g(\gamma)}$
- 實係數多項式 $f(x), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^5} = 8, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4, f''(-1) = -2, f(1) = 6, f(-1) = -2$

(1) $f(x)$ (2) $\int_{-1}^1 f(x) dx$ (最後三個真實數據忘記)
- $\log_6(x+2) + \log_6(5-x) = \log_6(a-x)$ 之 x 恰有一實根, a 為整數, 滿足條件之 a 的總和為 m , 個數為 n , 求 (m, n)
- 給任意拋物線曲線, 說明如何利用尺規作圖找出拋物線之焦點
- 黃金矩形是一個長和寬的比為黃金比例的矩形。下列方法可以製造出黃金矩形: 在一正方形 $ABCD$ 中, 將 \overline{AD} 折至 \overline{BC} 可得一折線 EF , 連接 \overline{ED} 。將 \overline{CD} 折至 \overline{DE} , 可得折線交 \overline{BC} 於 M , 過 M 作 \overline{AB} 平行線交 \overline{AD} 於 N 。則四邊形 $NMCD$ 為黃金矩形。(國中方法證明)

