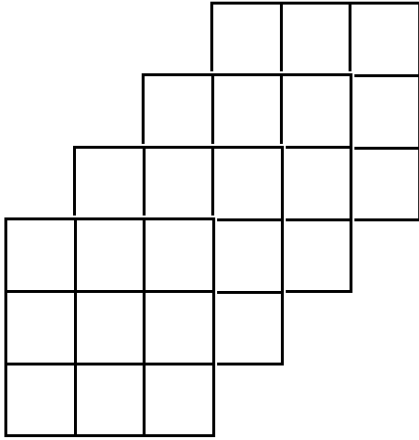


107 學年度武陵高中第一次教師甄選

一、填充題：共六題

1. $A(1,0)$ 、 $B(2,0)$ ，若 $y = x^2 + (a-3)x + 3$ 與 \overline{AB} 恰有一交點，則 a 的範圍？
2. 若方程式 $x^2 + ax - a + 1 = 0$ 之解均為正整數，則 $a = ?$



3. 類似圖形有很多層，求所有矩形個數。
4. $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ， $|z_1 - 5| = 1$ 、 $|z_2| = 3$ ；若 $w = z_1 + z_2$ ，則所有 w 所形成的面積為？
5. $f(x)$ 是一五次多項式函數，若 $(x-1)^3 \mid f(x)+1$ 、 $(x+1)^3 \mid f(x)-1$ ，試求 $f(3)$ 。
6. 試求：由 $y = \frac{8}{x^2+4}$ 、 $x = 2$ 、 y 軸和 x 軸所圍之區域，繞 x 軸所形成之旋轉體體積。

二、計算題：共七題

若函數 $f(x)$ 滿足：

$$\begin{cases} f(x+y) = f(x)f(y) \\ \sqrt{f(x)} = 1 + xg(x) \\ \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1 \end{cases} \quad , \quad \text{試證 } f'(x) = 2f(x)。$$

若函數 $f(x)$ 滿足：(1) $f(f(x)) = x$ (2) 連續函數；

- (1) 試證 $f(x)$ 單調。
- (2) 若 $f(0) = 0$ ，求 $f(2018)$ 之可能範圍。

$\langle a_n \rangle$ 是正數數列，若滿足 $2\sqrt{S_n} = a_n + 1$ ；

- (1) 試求 S_n 之一般式。
- (2) 試證 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k^2} < 2$ 。