

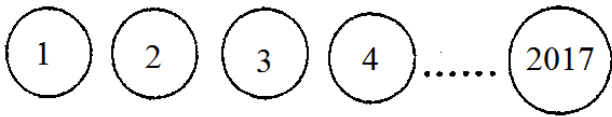
張進通許世賢教育事務基金會 106 學年度雲嘉南區國中數學能力競試
數學二試題

一、填充題：每題 5 分, 16 題, 共 80 分.

1. 已知 x 是整數, 則 $|x - 2011| + 2|x - 2012| + 3|x - 2013| + \cdots + 7|x - 2017|$ 的最小值是_____.

2. 已知 x 是整數, 滿足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{431}{1716}$, 求 $x =$ _____

3. 將 2017 個無色的球排成一直線, 並編號成 1~2017 號, 如下圖所示. 從左邊算起, 編號為 2 的倍數的球塗綠色,
編號為 3 的倍數的球塗黃色, 編號為 5 的倍數的球塗紅色, 請問: 被塗了 2 次顏色的球有_____個.

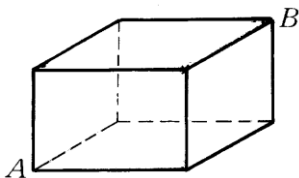


4. 電音三兄弟 A 、 B 、 C 只有一輛電動三輪車, 他們同時出發開始 200 公里的旅行, A 騎車先載 C , B 步行, 經過一段時間後, C 下車改步行, A 又折回接 B , 並將 B 載上與 C 同時到達目的地. 已知騎車的速度是每小時 25 公里, 步行的速度是每小時 5 公里, 那麼這次旅行所用的時間為_____小時.

5. 求不超過 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^6$ 的最大整數為_____.

6. 已知三正數 a 、 b 、 c 的和為 30, 若 $3a + 2b + c = \sqrt{14a^2 + 14b^2 + 14c^2}$, 求三數乘積 $abc =$ _____.

7. 如下圖, 有一個長方體, 12 個邊的邊長和為 $16\sqrt{5}$, 6 個面的面積和為 40, 求對角線 \overline{AB} 長=_____.

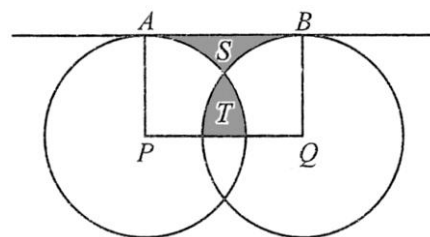


8. 已知有一個三角形，其三邊上的高分別為 6, 6, 5，試求此三角形的面積 = _____

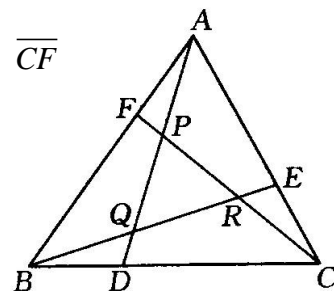
9. 設正數 a 的小數部分為 b ，已知 $a^2 + b^2 = 37$ ，則 a 之小數部分 b 為_____.

10. 若 $a^2 + 3a + 1 = 0$ ，且 $\frac{2a^4 + ma^2 + 2}{3a^3 + ma^2 + 3a} = \frac{25}{2}$ ，則 m 的值為 _____.

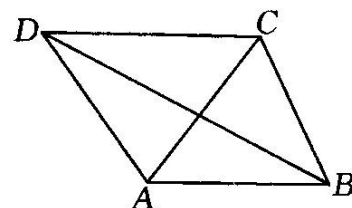
11. 如右圖，兩圓圓心分別為 P 、 Q ，兩圓的半徑皆為 12，兩圓交於兩點，
 \overleftrightarrow{AB} 為公切線，且 S 區域面積 = T 區域面積，
 求 \overline{PQ} = _____



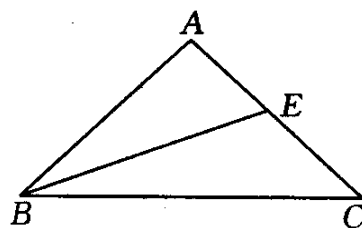
12. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AF} = \frac{2}{5}\overline{AB}$ ， $\overline{BD} = \frac{2}{5}\overline{BC}$ ， $\overline{CE} = \frac{2}{5}\overline{CA}$ ， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF}
 圍成 $\triangle PQR$ ，求 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle PQR$ 面積 = _____.



13. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 5$ ，
 求 \overline{BD} = _____.

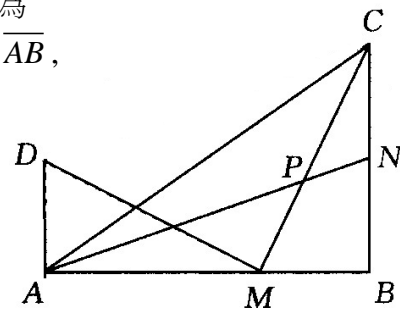


14. 在面積為 $12\sqrt{5}$ 的菱形 $ABCD$ 中，邊長 $\overline{AB} = 6$ ， \overline{AE} 垂直 \overline{BC} 於 E 點， P 在 \overline{BD} 上，
 則 $\overline{PE} + \overline{PC}$ 的最小值是 _____.



15. 如右圖，等腰 $\triangle ABC$ 中，頂角 $\angle A = 100^\circ$ ，作 $\angle B$ 的平分線交 \overline{AC} 於 E ，
 設 $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EB} = 6$ ，求 \overline{BC} 長為 _____.

16. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， M 為 \overline{AB} 上一點，使得 $\overline{AM} = \overline{BC}$ ， N 為 \overline{BC} 上一點，使得 $\overline{CN} = \overline{BM}$ ，連結 \overline{AN} 、 \overline{CM} 交於點 P ，過 A 作 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ，使 $\overline{AD} = \overline{BM}$ 。求 $\angle APM$ 的度數為 _____。

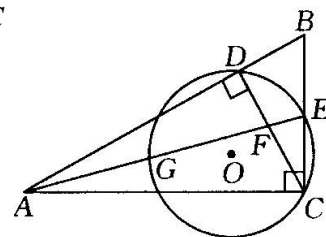


二、證明題：每題 10 分，2 題共 20 分。

1. 如圖，在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 於 D ， \overline{AE} 平分 $\angle BAC$ 交 \overline{BC} 於 E ，過 C 、 E 、 D 三點做圓交 \overline{AE} 於 G ， \overline{CD} 、 \overline{AE} 交於 F 。

求證：(1) $\angle BCD = 2\angle EAC$ 。(2 分)

(2) $\overline{AG} = \overline{GF}$ 。(8 分)



2. 如圖，已知點 A 、 B 、 C 、 D 順次在圓 O 上， $AB = BD$ ， \overline{BM} 垂直 \overline{AC} 於 M 點。

並延長 \overline{DC} ，使得 $\overline{CN} = \overline{MC}$ 。

求證：(1) $\triangle BCN \cong \triangle BCM$ 。(4 分)

(2) $\overline{AM} = \overline{DC} + \overline{CM}$ 。(6 分)

