張進通許世賢教育事務基金會106學年度雲嘉南區國中數學能力競試

數學二試題參考答案

一、 填充題：每題5分，16題共80分.

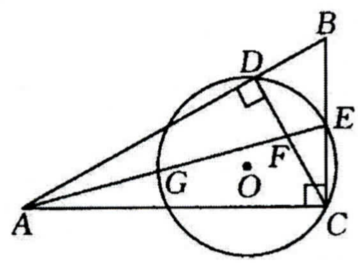
1. 40	2. 11	3. 470	4. 16	5. 3903
6. 750	7. $2\sqrt{10}$	8. $\frac{75}{4}$	9. $\frac{\sqrt{38}-6}{2}$	10. 11
11. 6π	12. 19：1	13. $4\sqrt{5}$	14. $2\sqrt{5}$	15. 10
16. $45°$				

二、證明題：每題10分，2題共20分.

1. 如圖，在直角 ΔABC 中，$\angle ACB = 90°$，$\overline{CD}\perp\overline{AB}$ 於 D，$\overline{AE}$ 平分 $\angle BAC$ 交 $\overline{BC}$ 於 E，過 C、E、D 三點做圓交 $\overline{AE}$ 於 G，$\overline{CD}$、$\overline{AE}$ 交於 F.

求證：(1) $\angle BCD = 2\angle EAC$．　(2 分)

(2) $\overline{AG}=\overline{GF}$．　(8 分)



解：(1) 因為 $\angle BCA = 90°$ 及 $\overline{CD}\perp\overline{AB}$，所以 $\angle BCD = \angle BAC = 2\angle EAC$.

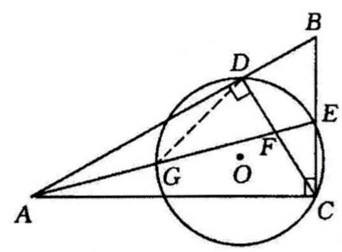
(2)連結 $\overline{DG}$．$\angle BCD = \angle DGE = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}$ $\Rightarrow \angle BAC = \angle DGE$.

由Δ外角定理知 $\angle DGE = \angle DAG + \angle GDA \Rightarrow \angle BAC = \angle DAG + \angle GDA$.

由 $\overline{AE}$ 平分 $\angle BAC \Rightarrow \angle DAG = \angle GDA = \frac{1}{2}\angle BAC \Rightarrow \overline{AG}=\overline{GD}$.

又 $\angle DFA + \angle A = 90° = \angle GDA + \angle GDF \Rightarrow \angle GDF = \angle DFG$,

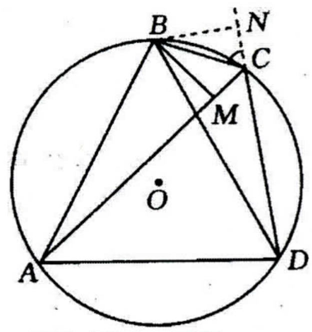
$\Rightarrow \overline{GD}=\overline{GF}$，故 $\overline{AG}=\overline{GF}$.



2. 如圖，已知點 A、B、C、D 順次在圓 O 上，$AB = BD$，$\overline{BM}$ 垂直 $\overline{AC}$ 於 M 點.
並延長 $\overrightarrow{DC}$，使得 $\overline{CN}=\overline{MC}$.

求證：(1) $\Delta BCN \cong \Delta BCM$.　(4 分)

(2) $\overline{AM}=\overline{DC}+\overline{CM}$．　(6 分)



解：(1)由圓內接四邊形 $ABCD$ 知，$\angle BCN = \angle BAD$. 又 $\angle ACB = \angle ADB = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$.

而 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BD}$，可得 $\angle ACB = \angle BAD$ 且 $\overline{AB}=\overline{BD}$，於是 $\angle BCN = \angle ACB$，$\overline{BC}=\overline{BC}$，$\overline{CN}=\overline{MC}$

故 $\Delta BCN \cong \Delta BCM\ (SAS)$

(2) $\Delta BCN \cong \Delta BCM$，得 $\overline{BM}=\overline{BN}$ 且 $\angle BMC = 90° = \angle BNC$. 又 $\angle BAC = \angle BDC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$，

所以 $\Delta BAM \cong \Delta BDN\ (AAS)$，故 $\overline{AM}=\overline{DN}=\overline{CD}+\overline{CN}=\overline{CD}+\overline{CM}$.