

數學一試題

一、填充題(80%，每題 5 分)

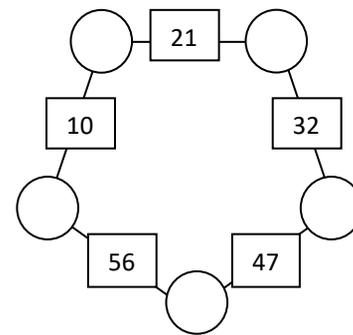
1.  $A=201720172017\dots2017$ (重複 2017 次)，則 A 除以 11 的餘數為\_\_\_\_\_。

2. 已知方程式  $x^2+2017^2x+2016\cdot2018=0$  有兩個根  $\alpha$ 、 $\beta$ ，且  $\alpha > \beta$ ，則  $\alpha =$ \_\_\_\_\_。

3. 計算  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{9900}} =$ \_\_\_\_\_。

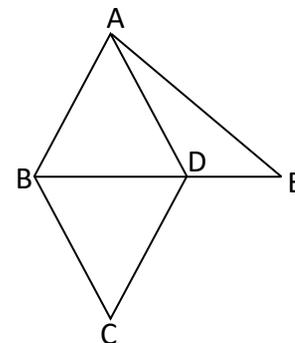
4. 設  $x,y,z$  為正整數且滿足方程式  $xy+1000z=2017$  的解  $(x,y,z)$  共有\_\_\_\_\_組。

5. 在右圖五邊形中，每邊的數字和都是100，則最下方的數字為\_\_\_\_\_。



6. 已知函數  $f(x)=\begin{cases} f(f(x+7)), & x \leq 25 \\ x-6, & x > 25 \end{cases}$ ，求  $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(25)=$ \_\_\_\_\_。

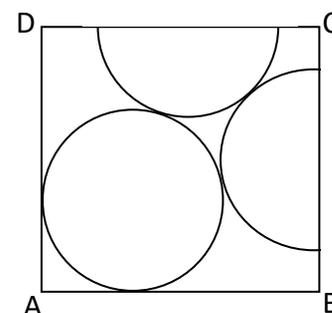
7. 右圖中，ABCD 為一菱形，其中 D 在  $\overline{BE}$  上，若  $\overline{AE}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BD}$  的長度均比  $\overline{DE}$  多 13、5、4，則  $\overline{DE} =$ \_\_\_\_\_。



8. 四個正整數之倒數和為  $\frac{19}{20}$ ，其中有三個數之比為 1 : 2 : 3，請問這四個正整數之和是\_\_\_\_\_。

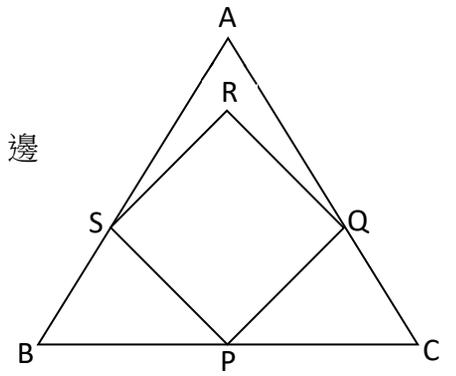
9. 設  $n$  為正整數，如果恰有一正整數  $k$  滿足不等式  $\frac{9}{17} < \frac{n}{n+k} < \frac{8}{15}$ ，試求滿足上述條件  $n$  的最大值為\_\_\_\_\_。

10. 在正方形 ABCD 中，一個圓和兩個半圓兩兩相切，它們的半徑都為 1 cm，且圓與正方形的兩邊也相切，如右圖所示。請問正方形 ABCD 的面積為\_\_\_\_\_。

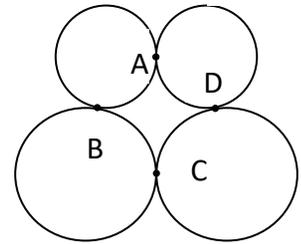


11. 設  $m, n$  為正整數且  $m > n$ ，已知  $m + n = 2468$  這個式子的計算過程並無進位，求滿足此式之  $(m, n)$  序對共有 \_\_\_\_\_ 種

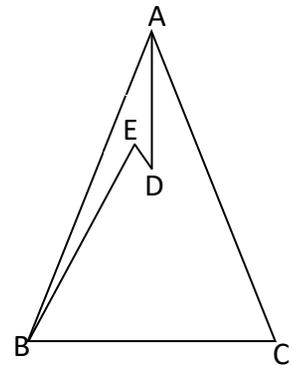
12. 正三角形  $ABC$  之邊長為 2。點  $P$  為  $\overline{BC}$  邊上的中點，點  $Q$  與點  $S$  分別為  $\overline{AC}$  邊與  $\overline{AB}$  邊上的點，使得  $PQRS$  為正方形，如右圖所示，則此正方形的面積為 \_\_\_\_\_。



13. 如圖所示，有四個圓相互切於四個點  $A, B, C, D$ ，上兩圓半徑為 4，下兩圓半徑為 6，此四個切點會落在一個半徑為  $r$  的圓上，則  $r =$  \_\_\_\_\_。

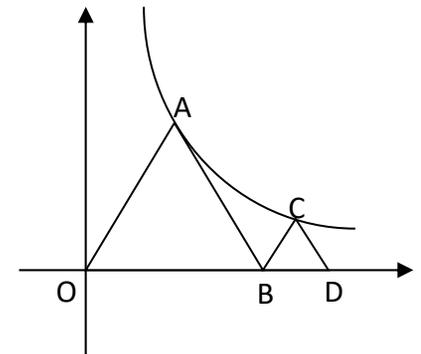


14. 如右圖所示，在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $D, E$  是  $\triangle ABC$  內的兩點， $\overline{AD}$  平分  $\angle BAC$ ， $\angle BAC = 40^\circ$ ， $\angle ABE = 10^\circ$ ， $\angle ADE = 30^\circ$ ， $\overline{BE} = 21$ ， $\overline{DE} = 3$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。



15. 直角三角形  $ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$ ， $\overline{BC} = 15$ ，若以點  $C$  為圓心， $\overline{CB}$  為半徑的圓交  $\overline{AB}$  於  $D$  點，則  $\overline{AD}$  長為 \_\_\_\_\_。

16. 如右圖，點  $A, C$  在圖形  $y = \frac{3\sqrt{3}}{x}$  上，點  $B, D$  在  $x$  軸上，使得  $\triangle OAB$ 、 $\triangle BCD$  均為正三角形，試求  $D$  點座標為 \_\_\_\_\_。



## 二、計算證明題(20%，每題10分)

1. 某銀行有金幣 2000 枚，欲分裝成  $n$  袋 ( $n > 2$ )，使得每一袋內金幣的“枚數”正好形成連續的正整數。試問該如何分裝？請寫出一切可能的分裝法。

2. 如圖， $ABCD$  為一正方形， $\angle 1 = \angle 2$ ，試證  $\overline{BE} + \overline{FD} = \overline{AF}$ 。

