

106 學年度高雄聯招(非官方版本)

1. $[x]$ 表 x 的整數部份, 若 $S = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2017}}$, 則 $[S] =$ _____

2. 已知 $Z_n = \left(\frac{1-i}{2}\right)^n$, 其中 $n \in \mathbb{N}$, 若 $S_n = |Z_2 - Z_1| + |Z_3 - Z_2| + \cdots + |Z_{n+1} - Z_n|$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____

3. 有硬幣 1 元 3 個, 5 元 2 個, 10 元 2 個, 50 元 1 個, 每次取一枚, 放回後再取。若 P_n 表示為前 n 次取出累計總額為偶數的機率, 則 $P_n =$ _____

4. $x, y, z \in \mathbb{N}$ 且 $x+y+z = 35$, 若 x, y, z 為三角形的三個邊, 則 (x, y, z) 有幾種情況 _____

5. 若 $ax^2 - 4ax + 1 = 0$ 的兩根為 α, β , 其中 $\alpha > 0, \beta > 0$, 且 $|\log \alpha - \log \beta| \leq 1$, 則實數 a 的範圍為 _____

6. 假設某一機器運轉中, 馬達故障機率為 $1 - p$, 馬達間互不影響, 若此機器有一半以上的馬達正常運作, 即可成功運轉, 試問: p 值有何限制時, 6 個馬達比 4 個馬達運轉安全 _____

7. $x^2 - x + 1985 = 0$ 之二根為 a, b , 若 $A = (1 + a^3 + b^3 + 43)^n$ 是一個 k 位正整數, k 為一個 4 位數, 且 $\log n$ 和 $\log 2$ 的尾數相同, 則 $A =$ _____

8. 半徑為 1 的圓周平分 360 等分, 設其等分點依序為 P_1, P_2, \dots, P_{360} , 則 $\sum_{k=2}^{360} \overline{P_1 P_k}^2 =$ _____

9. 若 $A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{4}{3} \\ -4 & \frac{11}{3} & -4 \\ -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n =$ _____

10. 求瑕積分 $\int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} e^{-t} dt =$ _____

11. 空間中, 方程式 $z = 4 - y^2$ 及 $z = x^2 + 3y^2$ 所圍成的體積為 _____

12. 矩形 $ABCD$ 中, \overline{BE} 交 \overline{CD} 於 P , 交 \overleftrightarrow{AD} 於 E , $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, 若 $\angle PBC = \angle PED$, 且 $\triangle BPC$ 面積為 x , $\triangle PDE$ 面積為 y , 則面積 $x + y$ 之最小值為 _____

13. $\triangle ABC$ 中

(a) 試證: $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

(b) 設 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AH} = x$, $\overline{BH} = y$, $\overline{CH} = z$, 其中 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心,

試證: $\frac{abc}{xyz} = \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$

14. 利用數學歸納法證明 $\sqrt[n]{n} > \sqrt[n+1]{n+1}$, $\forall n \geq 3$