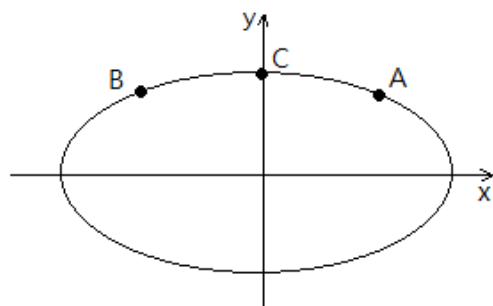


臺北市立第一女子高級中學 100 學年度教師甄選數學科筆試測驗題題目暨答案
 一、 填充題(每題六分)

1. 自然數中，若含有比 5 大的質因數，則把他去掉，剩下的自然數由小到大排成一數列

$\langle b_n \rangle = \langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, \dots \rangle$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n} =$ _____

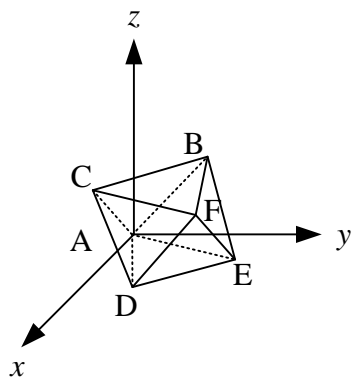
2. 已知 $A(a, b), B(-a, b), C(0, \frac{1}{2})$ 為橢圓 $\Gamma: x^2 + 4y^2 = 1$ 上的三點，若過 A, B, C 三點的圓半徑為 r ，則 $\lim_{a \rightarrow 0} r =$ _____



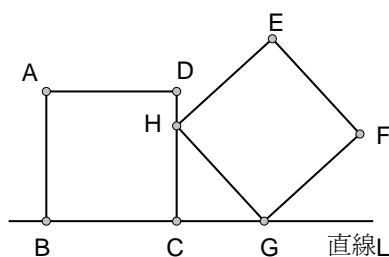
3. 以 $x^2 + 4y^2 = 12$ 的焦點為焦點，且過直線 $L: x - y + 9 = 0$ 的一點 M 作一橢圓。欲使橢圓的長軸最短，則橢圓的方程式為_____。

4. 已知曲線 $f(x) = x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 6x - 5$ 在 $x = s$ 與 $x = t$ (其中 $s \neq t$) 時的切線重合，求 $|s - t| =$ _____

5. 正八面體 $ABCDEF$ 的邊長為 2，如圖，已知 A 為原點， A, D, E 為 xy 平面上的點， B 為 yz 平面上的點，則點 B 到 y 軸的距離=_____



6. 兩正方形 $ABCD$ 與 $EFGH$ 邊長均為 1，其中 $ABCD$ 固定平放在直線 L 上，如圖所示。若正方形 $EFGH$ 之一頂點 H 在 \overline{CD} 上移動，且另一頂點 G 在直線 L 上移動，當 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 時， $\overline{CG} =$ _____



7. 求首項係數為 2，且滿足 $4f(1) = 3f(2) = 2f(3) = f(4)$ 的三次多項式 $f(x) =$ _____

8. $S = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{10000}}$ ，則 $[S] =$ _____ ([] 為高斯符號)

解答：

| | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|--|---------------------------|
| 1. $\frac{15}{4}$ | 2. 2 或 $\frac{1}{2}$ | 3. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$ | 4. $2\sqrt{11}$ |
| 5. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ | 6. $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ | 7. $2x^3 - 10x^2 + 20x$ | 8. 198 |