

# 高雄市 105 學年度聯合教師甄選 數學科試題(非官方版本)

\* 題目順序和官方版一定不一樣

1. 若方程式  $x^4 + 2\sqrt{3}(\log_2 k)x^2 + 1 - (\log_2 k)^2 = 0$  有四個相異實根, 則  $k$  的範圍為 \_\_\_\_\_
2. 已知  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ , 試求滿足  $\begin{cases} f(x) + f(y) \leq 0 \\ f(x) - f(y) \geq 0 \end{cases}$  之所有  $(x, y)$  所形成的面積
3. 方程式  $z^5 = i$  的五個根在複數平面上所對應的點分別為  $A, B, C, D, E$ , 且  $P$  點為複數  $1 + i$  所對應的點, 則  $\overline{PA} \cdot \overline{PB} \cdot \overline{PC} \cdot \overline{PD} \cdot \overline{PE} =$  \_\_\_\_\_
4. 若  $x = \sqrt[3]{\sqrt{3} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{3} - 2}$ , 則  $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 13x - 19 =$  \_\_\_\_\_
5. 設  $f(x)$  為實係數多項式, 已知  $f'(x) = 2x + 3 \int_0^1 f(x)dx$  且  $f(0) = 1$ , 則  $f(x) =$  \_\_\_\_\_
6. 設  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , 若  $\forall a, b \in \mathbb{Q}, f(a-b) = \frac{f(a)}{f(b)}$ , 且  $f(1) = \sqrt{2}$ , 則  $f(\frac{4}{3}) =$  \_\_\_\_\_
7. 將方程式  $x^3 - x^2 - x - 2 = 0$  的三根畫在複數平面上, 則這三點所形成的三角形之外心座標
8. 求  $\sum_{k=3}^{18} k^2 C_3^k =$  \_\_\_\_\_
9. 求與方程式  $y = x^4 - 2ax^3$  相切兩點的切線方程式為 \_\_\_\_\_
10.  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 3\overline{AB}^2$ , 則  $\sin C$  的最大值為 \_\_\_\_\_
11. 已知  $4 \tan(x + \frac{\pi}{4}) = 2 \sec 2x - 3$ , 則  $\sum_{k=1}^{\infty} \sin^k 2x =$  \_\_\_\_\_
12. 正方形  $ABCD$  內部有一點  $P$ , 若  $\overline{PA} = 1, \overline{PB} = 2, \overline{PC} = 3$ , 則正方形面積為 \_\_\_\_\_
13. 圓內接四邊形  $ABCD$ , 已知  $\overline{AD} = \overline{AB} = 7, \overline{BC} = 5, \overline{CD} = 3$ , 若  $\overline{CA} = x\overline{CB} + y\overline{CD}$ , 則數對  $(x, y) =$  \_\_\_\_\_
14. 若  $a = 12233344444555556666667777778888888999999999$ , 則  $a^3$  除以 11 的餘數為 \_\_\_\_\_

参考答案:

1.  $\frac{1}{2} < k < \frac{\sqrt{2}}{2}$

2.  $4\pi$

3.  $\sqrt{41}$

4.  $-7$

5.  $x^2 - 8x + 1$

6.  $2^{\frac{2}{3}}$

7.  $\left(\frac{3}{5}, 0\right)$

8. 903108

9.  $y = -a^3x - \frac{a^4}{4}, a \neq 0$

10.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

11.  $\frac{-1 \pm \sqrt{21}}{12}$

12.  $5 + 2\sqrt{2}$

13.  $\left(\frac{8}{5}, \frac{8}{3}\right)$

14. 4