

1. $3 < a < b < 4$, $p = \log_2 \sqrt[3]{ab^2}$, $q = \log_2 \frac{a+2b}{3}$, $r = 2^{\frac{a+2b}{3}-3}$, 試求 p, q, r 之大小關係。
2. (1) 證明 $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
 (2) 不利用和角公式證明 $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
3. 目標函數 $f(x, y) = y - mx$ 於可行解區域 $y \geq |3x| + |x - 1| + |x - 2|$ 取得最小值的點只可能在端點，求 m 的範圍。
4. $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (\forall n \in N, n \geq 3)$, 求 $\sum_{k=1}^{2017} i^{2017-a_n}$ 。
5. 已知 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 70$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 50$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1490$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 420$, 請由迴歸直線預測當 $X = 17$ 時, Y 值為何。
6. 10 顆相同紅球、22 顆相同白球放入袋中，每次取出一顆，取後不放回，每一顆被取到的機率相等。試問第 X 次取球即取完紅球， X 之期望值。
7. 平面上動點 $P(a, b)$ ，已知通過 P 點對函數 $f(x) = -x^3 + 2x + 3$ 圖形可做三條切線，找出符合 a, b 的關係式。
8. 有一個正方形舞台，邊長為 10 公分，在四個頂點上架設兩個以對角線為直徑的半圓支架，交點在舞台中心點的正上方。接著以鐵絲圍出數個平行舞台面的正方形，此正方形四個頂點皆在半圓支架上，將鐵絲網佈滿後形成一個鳥籠，請以切片法的方式計算出此鳥籠的體積為何？
9. (1) 試以數學歸納法證明： $\forall n \in n$ 且 $n > 3, 2^n > 3n$ 恆成立。
 (2) 試證明： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{5^n} = 0$ 。
 (3) 試求： $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{5^n}$ 。
10. 已知 $\triangle ABC$ 中各角度皆非 90 度，且垂心為 H ，外心為 O ，若 $\overline{OA} = \overline{AH}$ ，試求 $\angle A$ 。
11. 凸四邊形 $ABCD$ 對角線相交於 M 點， P, Q 分別為 $\triangle AMD, \triangle CMB$ 的重心， R, S 分別為 $\triangle DMC, \triangle MAD$ 的垂心。試證明 $\overline{PQ} \perp \overline{RS}$ 。
12. 四面體 $OABC$ ，其中 $\overline{OA} = 3, \overline{OB} = 4, \overline{OC} = 5, \angle AOB = 45^\circ, \angle AOC = 45^\circ, \angle BOC = 60^\circ$ ，求四面體體積。