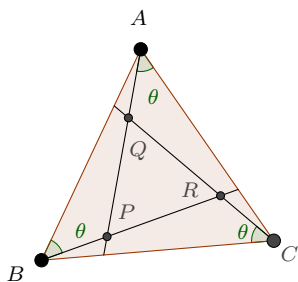


一、填充題

1. $\triangle ABC$ 為正三角形，邊長為 1，如下圖， $\theta = 45^\circ$ ，求 $\triangle PQR$ 的面積。



2. 設點 $A(-2, -3, -2)$, $B(2, 5, -3)$ 為空間中兩定點， P 為直線 $L: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ 上之動點，求 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最大值。

3. 設 $0 < u < 2, v > 0$ ，求 $(\sqrt{2u-u^2} - 1 - v)^2 + (u - \frac{24}{v})^2$ 的最小值。

4. 有一橢圓 Γ 中心在原點，其中一焦點為 $F(-2, 0)$ ，已知長軸長與短軸長的比為 $2 : \sqrt{3}$ ，若 $M(m, 0)$ 在長軸上， P 為橢圓上一動點。當 \overline{MP} 有最小值時， P 為右頂點，求 m 之最大可能範圍。

5. 設 $A = \{x | x^2 < x\}$, $B = \{x^2 < \log_a x\}$, $B \subset A$ ，求實數 a 之最大可能範圍。

6. 已知 x, y 為實數， $x^2 - 2xy + 5y^2 = 9$ ，求 $x^2 + y^2$ 之最大可能範圍。

二、計算證明題

1. 設 $\triangle ABC$ 三內角為 α, β, γ ，若 α, β, γ 滿足 $2017\alpha^2 + 1980\beta^2 = 980\gamma^2$ ，試問 $\triangle ABC$ 是否必為鈍角三角形？若是，請證明，若不是，請舉例子。

2. 有一凸九邊形的任意 5 內角的正弦值與其餘 4 個內角的餘弦值之和恆等於常數 k ，若 9 個內角中有一個等於 120° ，試求常數 k 值。

3. 設 $\triangle ABC$ 三邊長為 a, b, c , $b = 1, b \cdot \cos C + (2a + c) \cdot \cos B = 0$

(1) 求 $\angle B = ?$

(2) 求 $\triangle ABC$ 面積的最大值。

4. 證明： $\log_{2016} 2017 > \log_{2017} 2018$

5. 空間中三固定向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，對平面上任意向量 \vec{u} 與此三向量的內積 $\vec{u} \cdot \vec{a}, \vec{u} \cdot \vec{b}, \vec{u} \cdot \vec{c}$ 三數值中有正有負，試證：存在 p, q, r 為三正數，使得 $p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} = \vec{0}$

6. 設 $n(S)$ 為集合 S 中元素個數， $n(2^S)$ 為集合 S 的子集個數。若 A, B, C 為有限集合滿足

(1) $n(A) = n(B) = 2016$

(2) $n(2^A) + n(2^B) + n(2^C) = n(2^{A \cup B \cup C})$

求 $n(A \cap B \cap C)$ 之最大值。