

# 國立中興大學附屬高級中學

106 學年度第 1 次教師甄選筆試試題卷(共兩頁)

## 數 學 科

填充題(每題依配分計分，共 100 分)，請於答案卷作答，務必寫出題號及答案並附簡略的計算過程，否則不予計分

1. 求大於  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$  的最小整數為\_\_\_\_\_。(5 分)
2.  $\triangle ABC$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，且三邊長成等差，求三邊長之比\_\_\_\_\_ (由大而小)。(5 分)
3. 求  $f(x) = \sqrt{4^x - 5 \times 2^{x+1} + x^2 - 4x + 29} - \sqrt{4^x - 2^{x+3} + x^2 - 2x + 17}$  之最大值為\_\_\_\_\_。(5 分)
4. 求  $\sqrt{\log_3 \sqrt{6} + \sqrt{\log_3 2}} + \sqrt{\log_3 \sqrt{6} - \sqrt{\log_3 2}}$  之值為\_\_\_\_\_。(5 分)
5. 求滿足不等式  $\log_{x+y} \sqrt{1-x^2} > \log_{x+y} y$  之所有點  $(x, y)$  所形成圖形的面積為\_\_\_\_\_。(5 分)
6. 一個四面體的每一個面都是邊長分別為 6, 9, 9 的三角形，求該四面體體積\_\_\_\_\_。(5 分)
7.  $z \in \mathbb{C}$  且  $|z|=1$ ， $|z^2 - z + 1|$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，求  $M + m =$ \_\_\_\_\_。(5 分)
8. 將一個圓分成 12 個相等的扇形，並用紅藍綠三種顏色塗上顏色，相鄰的扇形顏色不同，則有幾種塗色方法\_\_\_\_\_。(5 分)
9. 空間中有一光源位於  $(0, 2, 2)$ ，將  $xz$  平面上的圓  $\begin{cases} x^2 + (z-1)^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$  照射在  $xy$  平面上，求此圓在  $xy$  平面上的軌跡方程式\_\_\_\_\_。(5 分)
10.  $f(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k)(2k-1)}$ ，求極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) =$ \_\_\_\_\_。(5 分)
11.  $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos \frac{2\pi}{n} & -\sin \frac{2\pi}{n} \\ \sin \frac{2\pi}{n} & \cos \frac{2\pi}{n} \end{bmatrix}$ ， $x_1 = 1, y_1 = 0$ ， $\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}$ ， $k \in \mathbb{N}$ ，平面上  $O(0,0), P_k(x_k, y_k), P_{k+1}(x_{k+1}, y_{k+1})$ ，所圍三角形面積為  $S_k$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \times \sum_{k=1}^n S_k)$  \_\_\_\_\_。(5 分)

# 國立中興大學附屬高級中學

## 106 學年度第 1 次教師甄選筆試試題卷(第二頁)

### 數 學 科

填充題(每題依配分計分，共 100 分)，請於答案卷作答，務必寫出題號及答案並附簡略的計算過程，否則不予計分

12. 設  $x, y, z$  為非負實數，且  $x+2y+3z=1$ 。求  $2x^2y+12y^2z+9z^2x$  的最大值為\_\_\_\_\_。(10 分)

13. 設  $c$  為大於 1 的實數， $\Omega_c$  表二次曲線  $y=cx(1-x)$  與  $x$  軸所圍的封閉區域，若直線  $y=x$  將  $\Omega_c$  分成兩塊等面積的區域，求  $c$  的值為\_\_\_\_\_。(10 分)

14. 設  $P, Q$  為橢圓  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  上兩動點， $P$  在第一象限， $Q$  在第二象限，且  $\angle POQ = 90^\circ$  ( $O$  為原點)，求  $\Delta POQ$  的最小面積為\_\_\_\_\_。(10 分)

15. 設  $A, B, C, D, E, F$  為相異的六個新城市，現要開闢新的道路連接這六個城市，規定任兩城市間均可選擇恰鋪一條路或者不鋪路。若兩城市之間可以經由所鋪設之道路，從其中一城市到達另一城市，我們就稱兩城市連通。要使得這六個城市兩兩之間均連通，求鋪路的方法數為\_\_\_\_\_。(15 分)

國立中興大學附屬高級中學  
106 學年度第 1 次教師甄選筆試參考答案

數 學 科

1. 970    2. 7:5:3    3.  $\sqrt{2}$     4.  $\sqrt{2}$     5.  $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}$     6.  $18\sqrt{7}$     7. 3    8. 4098

9.  $x^2 = -2y$  且  $z = 0$     10.  $\ln 2$     11.  $\frac{2\pi}{3}$     12.  $\frac{4}{27}$     13.  $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}-1}$     14.  $\frac{12}{7}$     15. 26704