

填充題

- 設  $a_n$  是  $(3-\sqrt{x})^n$  展開式中  $x$  的一次項係數 ( $n=2,3,4,\dots$ )，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3^2}{a_2} + \frac{3^3}{a_3} + \dots + \frac{3^n}{a_n} \right) = \underline{18}$ 。
- 正四面體的容器裝了一些水，當正四面體的一個面  $E$  放置於水平桌面時，容器內水位高為容器高的  $\frac{1}{2}$  倍，現將它上下倒置後，使得  $E$  與水平桌面平行，則此時水位高為容器高的  $\underline{\frac{\sqrt[3]{7}}{2}}$  倍。
- 若  $\Gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2 \\ x \leq 0, y \geq 0 \end{cases}$  為  $xy$  平面上的區域，將  $\Gamma$  繞直線  $y=x$  旋轉一圈所得的旋轉體體積為  $\underline{\frac{8}{3}\pi}$ 。
- 設  $x, y \in \mathbb{R}$ ，且滿足  $\sqrt{x+2} + \sqrt{y-5} = 6$ 。  
若  $x+2y$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則數對  $(M, m) = \underline{(80, 32)}$ 。
- 若  $a, b, c$  為實數且  $a+2b+\frac{c}{2}=9$ 、 $4ab+2bc+ca=30$ ，則  $abc$  的最小值為  $\underline{-25}$ 。
- 重複投擲一個公正六面骰子，其六面的點數分別為 1、1、2、2、3、3。已知每次投擲的情形互相獨立，若投擲到第  $X$  次時，恰好三種點數都出現過了（意即前  $X-1$  次只出現過兩種點數），則  $X$  的期望值為  $\underline{\frac{11}{2}}$ 。
- 已知正方體  $ABCD-EFGH$  的邊長為 1，在正方體表面上與  $A$  點距離為  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  的點集合形成一曲線（此曲線不一定在同一平面上），則此曲線的總長度為  $\underline{\frac{5\sqrt{3}}{6}\pi}$ 。
- 小綠的盒內有 10 片甜餅，爸爸有許多鹹餅，而餅的外觀都相同。  
第 1 天早上小綠隨機吃了 1 片盒內的餅，晚上爸爸又放 1 片鹹餅到盒裡；  
第 2 天早上小綠隨機吃了 2 片盒內的餅，晚上爸爸又放 2 片鹹餅到盒裡；  
第 3 天早上小綠隨機吃了 3 片盒內的餅，晚上爸爸又放 3 片鹹餅到盒裡；  
第 4 天早上小綠隨機吃了 4 片盒內的餅，晚上爸爸又放 4 片鹹餅到盒裡；  
第 5 天早上盒內仍是 10 片餅，此時小綠又隨機吃了 1 片盒內的餅，那麼小綠第 5 天早上吃的餅是鹹餅的機率為  $\underline{\frac{436}{625}}$ 。