

第一部分：單選題，每題答對得 5 分，答錯得 0 分，不作答得 1 分。

1. 大於 1 的正整數 n ，其標準分解式為 $p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times \cdots \times p_m^{a_m}$ ，其中 p_1, p_2, \dots, p_m 為質數，定義函數 $f(n) = a_1 + a_2 + \cdots + a_m$ 。已知 $f(n_1) = 104$ ， $f(n_2) = 2015$ ，則 $f(n_1 \times n_2)$ 之值為何？

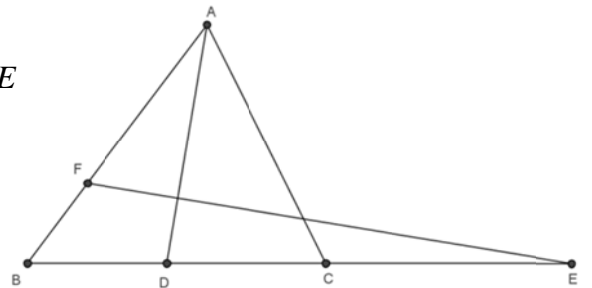
- (A) $104 + 2015$ (B) $(104 + 1) + (2015 + 1)$ (C) 104×2015
 (D) $(104 + 1) \times (2015 + 1)$ (E) 不只一個值。

2. x 是正整數，且 $2000 \leq x \leq 2015$ ，有多少個 x 會使得 $2x^3 - 3x^2 + x + 4$ 是 4 的倍數？
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10。

3. 滿足 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} > \frac{25}{104}$ 的最小正整數 n 為何？
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10。

4. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， E 在直線 BC 上， $\overline{EF} \perp \overline{AD}$ 。下列敘述何者正確？

- (A) $\angle AFE = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle ABC)$ (B) $\angle AFE = \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ABC)$
 (C) $\angle E = \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ABC)$ (D) $\angle E = \frac{1}{2}\angle AFE$
 (E) $\angle E = \frac{1}{2}\angle BAC$ 。



5. n 是正整數，若 $|x+n| - |x-n|$ 的最大值為 M_n ，最小值為 m_n ，則 $(M_1 - m_1) + (M_2 - m_2) + (M_3 - m_3) + \cdots + (M_{10} - m_{10})$ 之值為何？
 (A) 10 (B) 55 (C) 110 (D) 220 (E) 以上皆非。

6. 從所有三位數中選一個數出來，每一個三位數被選到的機會相等。選到符合「百位數 > 十位數 > 個位數」的機率為 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 互質，則 $m+n$ 之值為何？
 (A) 17 (B) 28 (C) 139 (D) 253 (E) 373。

第二部分：單選題，每題答對得 7 分，答錯得 0 分，不作答得 1.5 分。

7. 有一數列符合下列規律： $\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{5}, \frac{5}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{7}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1}{9}, \frac{5}{9}, \frac{9}{9}, \frac{7}{9}, \frac{3}{9}, \frac{1}{11}, \frac{5}{11}, \frac{9}{11}, \frac{11}{11}, \frac{7}{11}, \frac{3}{11}, \dots$ 。若此數列之第 100 項為 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 互質，則 $m+n$ 之值為何？
 (A) 46 (B) 48 (C) 50 (D) 52 (E) 54。
8. 正數 x 、 y 、 z 滿足 $\frac{x+y}{7} = \frac{y+z}{15} = \frac{x+z}{12} = xyz$ ，若 $x+y+z$ 之值為 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 互質，則 $m+n$ 之值為何？
 (A) 15 (B) 17 (C) 18 (D) 25 (E) 27。

9. 3 個連續正整數滿足下列兩個條件：

條件 1：由小而大依序是 3、5、7 的倍數；

條件 2：3 個數都是三位數。

若滿足上述兩個條件的 3 個連續正整數有 x 組，則 x 之值為何？

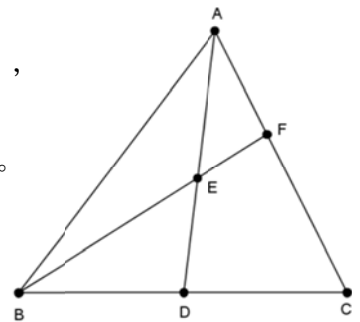
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9。

10. 已知 $2^x + 2^{-x} = 3$ ，若 $4^x + 4^{-x} = m$ ，且 $4^x - 3 \times 2^x = n$ ，則 $m+n$ 之值為何？

- (A) 6 (B) -6 (C) 8 (D) -8 (E) 10。

11. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 中點， E 為 \overline{AD} 中點。已知 $\overline{AF} = 4$ ，

則 \overline{AC} 之值為何？ (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13。



12. 平行四邊形 $ABCD$ 中，依序在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{DA} 上各取一點 E 、 F 、 G 、 H ，滿足

$\overline{AE} : \overline{EB} = 3:1$ ， $\overline{BF} : \overline{FC} = 2:1$ ， $\overline{CG} : \overline{GD} = 1:1$ ， $\overline{DH} : \overline{HA} = 2:1$ ，連 \overline{AF} 、 \overline{BG} 、 \overline{CH} 、 \overline{DE} ，

若此四個線段所圍出的四邊形面積是平行四邊形 $ABCD$ 面積的 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 互質，則

$m+n$ 之值再加上下列何者，會成為完全平方數（即某一整數的平方）？

- (A) 0 (B) 3 (C) 6 (D) 9 (E) 12。

13. 高斯符號 $[x]$ 之值為小於或等於 x 的最大整數，例如 $[2.1]=2$ ， $[2]=2$ ， $[1.9]=1$ 。已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1=1$ 且 $a_n=[a_{n-1}+\sqrt{n}]$ ，即 $a_2=[a_1+\sqrt{2}]$ ， $a_3=[a_2+\sqrt{3}]$ ， $a_4=[a_3+\sqrt{4}]$ ， $a_5=[a_4+\sqrt{5}]$ ，……。若正整數 m 滿足 $100 < a_m < 120$ ，則 m 之值有多少個？
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6。

14. $\frac{1025^4+1025^2+1}{1024^4+1024^2+1} \times \frac{1027^4+1027^2+1}{1026^4+1026^2+1} \times \frac{1029^4+1029^2+1}{1028^4+1028^2+1} \times \cdots \times \frac{2047^4+2047^2+1}{2046^4+2046^2+1}$ 之值最接近下列哪一個整數？
- (A) 2^{50} (B) 2^{32} (C) 2^{12} (D) 2^8 (E) 2^2 。

15. 實數 a 、 b 、 c 滿足 $(\sqrt{a+1}-a)+(2\sqrt{b+2}-b)+(3\sqrt{c+3}-c)=\frac{19}{2}$ ，則 $a+b+c$ 之值為何？
- (A) -6 (B) $-\frac{5}{2}$ (C) -1 (D) 3 (E) 不只一個值。

16. 凸四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，其中 \overline{AC} 為直徑， \overline{BD} 交 \overline{AC} 於 E ，且 $\overline{CE}:\overline{EA}=1:5$ ，又 $\overline{AB}=\overline{BD}$ ，圓 O 的半徑為 12，則 \overline{BC} 的長度最接近下列哪一個整數？
- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17。