

數學能力檢定

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 本試卷共二大題(選擇題 14 題，證明題 3 題)，共計 100 分。
2. 測驗時間從 10:40 到 12:00 共 80 分鐘。
3. 可利用試卷中空白部分計算，切勿在答案卷上計算。
4. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。

一、單選題：14題，每題5分，共70分

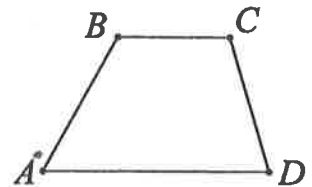
1. 方程式 $x^2 - (a+10)x + (4a+250) = 0$ 有重根，且 $a > 0$ ，則下列各數中，何者最接近 a ？
 (A) 28 (B) 29 (C) 309 (D) 31

2. 考慮這 200 個分數 $\frac{t}{225+t}$ (t 為 1~200 的正整數)，則其中最簡分數共有幾個？
 (A) 83 (B) 93 (C) 99 (D) 107。

3. 已知多項式 $(x^3 - x^2 - 3x + 2)(x^3 + x^2 + ax + b)$ 除以 $(x^2 - x - 3)$ 的餘式為 $10x + 8$ ，則 $a+b$ 的值為何？
 (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

4. 一次會議中，甲、乙、丙、丁四個代表來自台北、台中、台南、高雄四個城市(不一定按此順序)，他們彼此之間不知道誰來自何處。甲認為丁來自台北，乙認為丙來自台中，丙認為甲不可能來自台南，丁認為乙來自高雄。實際情況是，來自台北、台南的兩個代表猜測正確，另外兩個代表猜測錯誤，則來自台南的代表為下列哪一位？
 (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁

5. 有一梯形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{AD} = 10$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 12$ 、 $\overline{BD} = 9$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為何？
 (A) 45 (B) 54 (C) 63 (D) 72



6. 有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，滿足 $a_2 = -2$ 、 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = 95$ ，且公差小於 0，則 a_1 的值為何？

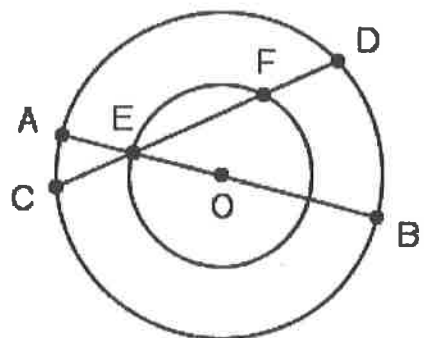
(A) $-\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{3}{2}$

7. 已知 $\frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{3}$ ，則 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值為何？

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{18}$

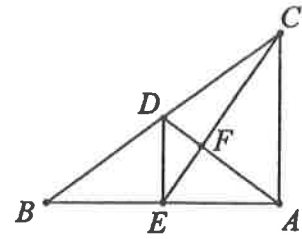
8. 如右圖，設 O 為兩同心圓之圓心，大圓的直徑 \overline{AB} 與一弦 \overline{CD} 均過小圓上一點 E ， \overline{CD} 與小圓之另一交點為 F ，若 $\widehat{AC} + \widehat{EF} = 96^\circ$ ，則 $\widehat{DB} = ?$

(A) 84° (B) 88° (C) 91° (D) 96°

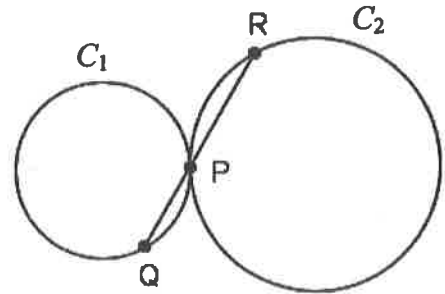


9. 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ， \overline{AD} 是斜邊上的中線，過 D 作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 於 E ，連 \overline{CE} 交 \overline{AD} 於 F ，則 $\triangle AEF$ 的面積與 $\triangle ABC$ 的面積之比值為何？

- (A) $\frac{3}{20}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$

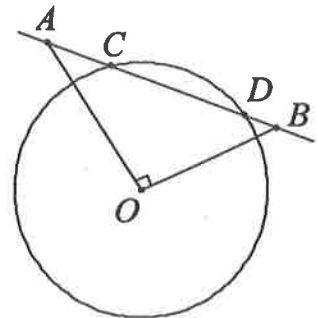


10. 如右圖，有直徑分別為5、7的兩圓 C_1 、 C_2 相外切於 P 點，有一直線 QR 過 P 點分別交 C_1 、 C_2 於 Q 、 R ，若 $\overline{PQ}=2$ ，則 \overline{PR} 長度最接近下列哪一個選項？
- (A)2.6 (B)2.7 (C)2.8 (D)2.9



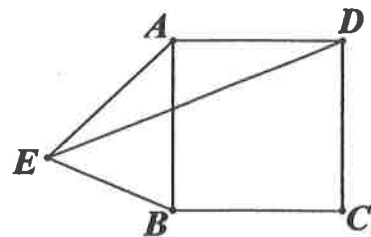
11. 有一種玩具，其中有一個紅色的按鈕與100個能站能坐的木偶。每按一次紅色按鈕，恰有一個站著的木偶會坐下；每按一次藍色按鈕，恰可使站著的木偶數增加一倍。若一開始只有三個站著的木偶，其餘97個木偶皆坐著，現欲使最後站著的木偶數變為91個，則需按按鈕的次數最少為幾次？
- (A)5 (B)7 (C)9 (D)11。

12. 圓 O 與直線 AB 交於 C 、 D 兩點，已知 $\overline{AC}=4$ 、 $\overline{CD}=8$ 、 $\overline{BD}=2$ ，且 $\angle AOB=90^\circ$ ，則 $\triangle ABO$ 的面積為何？
- (A) $24\sqrt{2}$ (B) $24\sqrt{3}$ (C) $28\sqrt{2}$ (D) $28\sqrt{3}$



13. 請問從2到9的正整數中有多少個數字與 $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 1$ 互質？
- (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

14. 如右圖，有一正方形 $ABCD$ 及一三角形 ADE ，其中 $\overline{AB}=\overline{AE}=\sqrt{10}$ 、 $\overline{BE}=2\sqrt{2}$ ，則 \overline{DE} 長度最接近下列哪一個選項？
- (A)5 (B)6 (C)7 (D)8

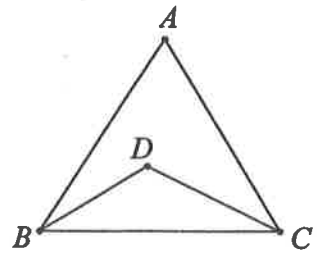


二、證明題：3 題，每題 10 分，共 30 分

(給分原則是依據思考邏輯的嚴謹性與表達的清晰完整性)

1. 證明：直角三角形的外心在斜邊中點。

2. 如右圖， D 是 $\triangle ABC$ 內部的一點，證明： $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{DB} + \overline{DC}$ 。



3. 某披薩專賣店推出「買一送一」活動：買一個披薩送一個披薩，但是送的披薩價格不能高於買的披薩價格。林老師買了 A、B、C 三種口味披薩共十個，共花了 3590 元，則符合這個價錢的披薩組合有幾種？(A、B、C 三種口味披薩每個價格如右表)

披薩種類	A	B	C
價格(元)	730	700	680