

數學能力檢定

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

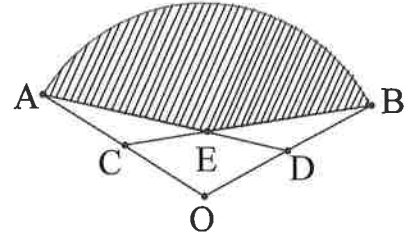
請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 本試卷共二大題，填充題 15 題，計算題 2 題。
2. 測驗時間從 10:40 到 12:00 共 80 分鐘。
3. 可利用試卷中空白部分計算，切勿在答案紙上計算。
4. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。

一.填充題:共 16 格，每格 5 分，共 80 分。

1. 如右圖：扇形 OAB ， $\overline{OA}=12$ 、 $\angle AOB=120^\circ$ ， C 、 D 分別是 \overline{OA} 、 \overline{OB} 的中點，則斜線區域的面積為 (A)。



2. 設 x 、 y 皆為正數，且 $\begin{cases} x^2 + 2xy - 1 = 0 \\ 2y^2 + xy - 2 = 0 \end{cases}$ ，則 $(x, y) =$ (B)。

3. 雞兔同籠，有 100 隻腳。從籠中抓出 20 隻動物之後，剩下有 38 隻腳。問籠中原有動物最多有 (C) 隻。

4. 令 $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)$ ，

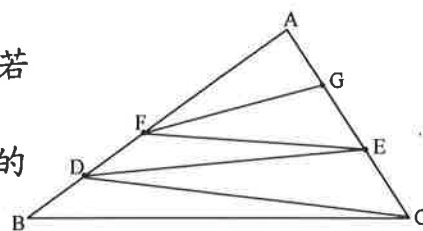
(1) 已知 $f(2) = 2^n - 1$ ， n 是正整數，則 $n =$ (D)。

(2) 利用 $f(x)$ ，求 11^{32} 的十位數字為 (E)。

(接續下頁)

5. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{CD}=1$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ， $\angle BCD=60^\circ$ ，若四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ，則 \overline{AB} 之值為 (F)。

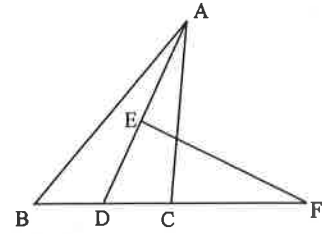
6. 如右圖，在直角三角形 ABC 中， $\angle A=90^\circ$ ， $\overline{AB}=30$ ， $\overline{AC}=16$ ，點 D 、 F 在 \overline{AB} 上，點 E 、 G 在 \overline{AC} 上，若 \overline{CD} 、 \overline{DE} 、 \overline{EF} 、 \overline{FG} 將 $\triangle ABC$ 分成五個面積相等的三角形，則 \overline{EF} 長為 (G)。



7. 設 x 為實數，若 $3x^3 + (4 - 3\sqrt{7})x^2 - 3\sqrt{7}x - 7 = 0$ ，則 $x^4 + \sqrt{7}x^3 - 7x^2 - 3\sqrt{7}x - 2 =$ (H)。

8. 已知三角形的三條邊長為 a 、 b 、 c (其中 a 、 b 、 c 是兩兩相異的正整數且 $a > b > c$)，若 $abc + ab + bc + ca + a + b + c = 119$ ，試求 $a + 2b - 3c =$ (I)。

9. 如下圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線， \overline{AD} 的垂直平分線交 \overline{AD} 於 E ，交 \overline{BC} 延長線於 F ，若 $\overline{CF} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則 $\overline{FD} =$ (J)。



10. 若方程組 $\begin{cases} x-y=k \\ 2x+3y=12 \end{cases}$ 有正整數解，求所有滿足上式的整數 $k =$ (K)。

11. 日本「電視冠軍」的某項比賽中，有五位達人參加，在進入複賽的評選中，將由 20 位男性、20 位女性、10 位專家和 10 位兒童，依據以一人一球方式投入其所欣賞的達人前之箱子中，若達人得球數累積達 10 球者，則可進入複賽。試問第一位進入複賽的達人最遲在 (L) 個人投完球後產生？

12. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ，將紙片對折壓平，使得 A 與 C 重合，得摺痕為 \overline{EF} ，求 $\overline{EF} =$ (M)。

(接續下頁)

13. 坐標平面上四點 $A(8,-3)$, $B(4,-5)$, $C(0,c)$, $D(d,0)$, 當四邊形 $ABCD$ 周長最小時, 求 $c+d=$ (N) 。

14. 投擲 3 粒骰子一次, 求最大點數為最小點數的 2 倍之機率為 (O) 。

15. 令 x,y,z 均為實數, 解方程組
$$\begin{cases} x(x^2 - yz) = 3 \\ y(y^2 - xz) = 9 \\ z(z^2 - xy) = 30 \end{cases}$$
 ,

求出使得 xyz 相乘為最小之解 $(x,y,z)=$ (P) 。

(接續下頁)

二.計算題共兩題，每題 10 分，共 20 分。

給分原則是依據思考邏輯的嚴謹性及計算列式的完整性。

1. \overline{AB} 和 \overline{AC} 是一個圓的兩條弦，其中 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\angle BAC$ 的角平分線交圓周於 D ，又 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設 x 、 y 皆為整數，解方程式 $x^2 + xy + y^2 = 1$ 。

(題目結束，祝大家考試順利)