

國立成功大學 / 台南第一高級中學 高中科學班

101 學年度第一階段測驗 數學科 試題卷

一、單選題：一題五分

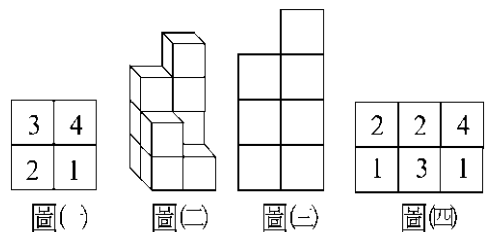
1. 已知 $k = (1 + \frac{1}{1 \times 3})(1 + \frac{1}{2 \times 4})(1 + \frac{1}{3 \times 5}) \dots (1 + \frac{1}{1000 \times 1002})$ ，則

- (A) $0 < k \leq \frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2} < k \leq 1$ (C) $1 < k \leq \frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{2} < k \leq 2$ (E) $k > 2$

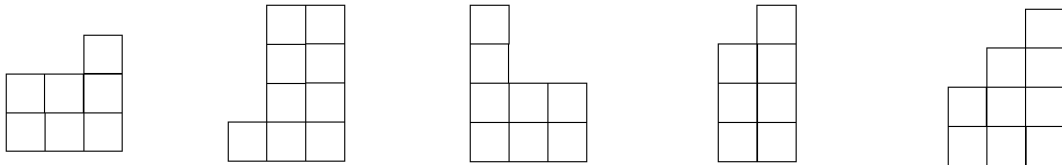
2. 已知 $a > 0$ 、 $x > 0$ ，且 $a^2 - x^2 = ax$ ，則 $\frac{a^2 + x^2}{2ax} =$

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{3} + 1$ (D) $\sqrt{5} - 1$ (E) $\sqrt{5} + 1$

3. 右圖(一)每個方格中的數字表示堆積在這位置上方立方體的個數，圖(二)為其全部立體圖形，圖(三)是由正面觀看此立體圖形的形狀，則選項中何者是圖(四)所顯示由立方體堆積的立體圖形正面方向觀看的形狀？



- (A) (B) (C) (D) (E)

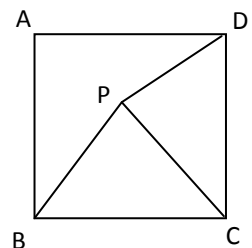


4. 一個點的 x 坐標及 y 坐標都是整數，則稱此點為格子點。若直線 $y = -2x + k$ (k 為正整數) 與坐標軸圍成的三角形內部及周界上的格子點共有 100 個，則 k 值為何？

- (A) 9 (B) 11 (C) 14 (D) 16 (E) 18

5. 如圖， $ABCD$ 是邊長為 1 的正方形， $\triangle BPC$ 是正三角形，則 $\triangle BPD$ 的面積為

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}-1}{8}$ (E) $\frac{1}{6}$

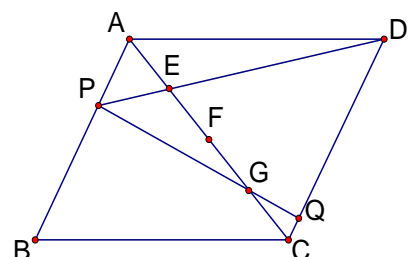


6. 如右圖平行四邊形 $ABCD$ ，其中 E 、 F 、 G 等分 \overline{AC} ，

延長 \overline{DE} 交 \overline{AB} 於 P ，延長 \overline{PG} 交 \overline{CD} 於 Q ，

若 $\triangle CGQ$ 面積為 1，則四邊形 $ABCD$ 面積為

- (A) 72 (B) 64 (C) 60 (D) 48 (E) 36



7. 在正 $\triangle ABC$ 中， P 為 \overline{BC} 邊上一點，作 $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ 於 M ，作 $\overline{PN} \perp \overline{AC}$ 於 N ，設四邊形 $AMPN$ 、 $\triangle ABC$ 的周長分別為 s 、 t ，則

- (A) $0.4 < \frac{s}{t} < 0.5$ (B) $0.5 < \frac{s}{t} < 0.6$ (C) $0.6 < \frac{s}{t} < 0.7$ (D) $0.7 < \frac{s}{t} < 0.8$ (E) $0.8 < \frac{s}{t} < 0.9$

8. 設 n 為正整數，用 A_n 表示不超過 100 之 n 的倍數的乘積，如 $A_3 = 3 \times 6 \times 9 \times 12 \times \dots \times 96 \times 99$ ，則 $A_2, A_3, A_4, \dots, A_{16}, A_{17}$ 這 16 個數的最大公因數為

- (A) 120 (B) 60 (C) 30 (D) 6 (E) 1

9. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 2011^2$ 之個位數字為 (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2 (E) 0

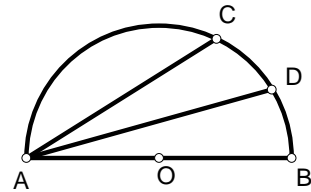
10. 如圖， \overline{AB} 為半圓 O 的直徑， \overline{AC} 、 \overline{AD} 都是弦， $\angle CAD = \angle DAB$ ，試比較 $\overline{AC} + \overline{AB}$ 與 $2\overline{AD}$ 的大小關係。

(A) $\overline{AC} + \overline{AB} > 2\overline{AD}$

(B) $\overline{AC} + \overline{AB} = 2\overline{AD}$

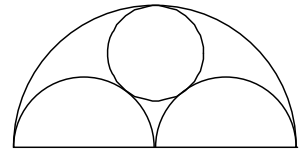
(C) $\overline{AC} + \overline{AB} < 2\overline{AD}$

(D) 條件不足，無法比較。



二、填充題：一題五分

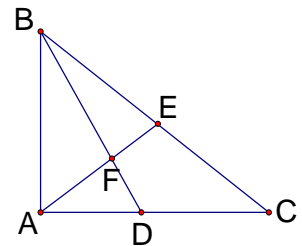
1. 如圖，小圓與三個半圓皆相切，已知最大半圓的直徑為 20，則小圓半徑為_____。



2. 已知 $a > 0$ 、 $b > 0$ ，若 $\sqrt{a+5} = b+1$ 且 $\sqrt{a-5} = b-1$ ，則 $b =$ _____。

3. 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 90^\circ$ 且 $\overline{AB} = 2$ ，

若兩中線 \overline{BD} 與 \overline{AE} 互相垂直，則 $\overline{BD} =$ _____

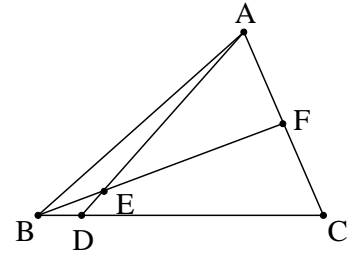


4. 在凸四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， \overline{AC} 為對角線， $\angle DAC > \angle BCA$ ，

且 $\angle DAC$ 與 $\angle BCA$ 互補， $\angle BAC > \angle ACD$ ， $\angle BAC$ 與 $\angle ACD$ 互餘，求 $\angle B$ 的度數。

5. 已知圓 O 的半徑為 2， C, D 是直徑 \overline{AB} 同側圓周上的兩點，劣弧 \widehat{AC} 的度數為 96° ， \widehat{BD} 的度數為 36° ，動點 P 在 \overline{AB} 上，求 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 的最小值。

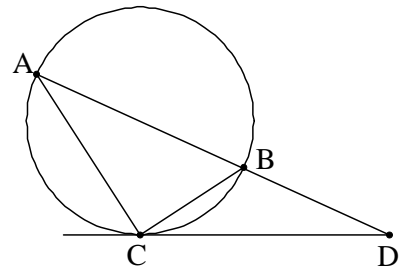
6. 如右圖： D 是 \overline{BC} 上一點， E 是 \overline{AD} 上一點，且 $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{AD} = 1 : 10$ 。延長 \overline{BE} 交 \overline{AC} 於 F ，則 $\overline{AF} : \overline{AC}$ 的比值為_____。



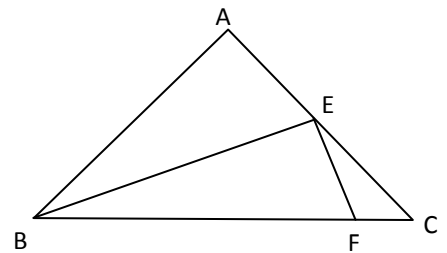
7. 已知 $1 \leq x \leq 2 + \sqrt{2}$ ，若 $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{7-2x}$ 之最大值為 m ，最小值為 n ，則 $m \times n =$ _____

8. 三兄弟合資買了一桶巧克力球，大哥吃了 1 顆後將其平分為三份給三人，接著二哥將分到的巧克力球吃了 1 顆後將其平分為三份給三人，最後小弟將兩次分到的巧克力球吃了 1 顆後將其平分為三份給三人。已知巧克力球未達 100 顆，則最多有_____顆。

9. 右圖中， A, B, C 是圓上三點，已知 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 3, \overline{AC} = 4$ 。以 C 為切點作圓的切線，並與直線 AB 交於 D 點，則 $\overline{BD} =$ _____。



10. 如圖，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 1, \angle A = 90^\circ$ ，點 E 為 \overline{AC} 的中點，點 F 在 \overline{BC} 上，且 $\overline{EF} \perp \overline{BE}$ ，求 $\triangle CEF$ 的面積。



國立成功大學 / 台南第一高級中學 高中科學班

101 學年度第一階段測驗 數學科 答案紙

一、單選題：一題五分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

二、填充題：一題五分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10