彰化女中 100 學年度 第一次教師甄選 數學科試題

一、填充題：(每格 3 分，共 15 分)

1、化簡 $\dfrac{1}{\sin 10^\circ}-4\sin 70^\circ=$ ________。

2、求 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{4n-2}$ 的值為________。

3、求 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-x)=$________。

4、求 $\int_{-2}^{2}|2+x-\sqrt{4-x^2}|\,dx=$ __________。

5、計算 $\lim\limits_{n\to\infty}[\dfrac{n}{(2n+1)^2}+\dfrac{n}{(2n+2)^2}+\dfrac{n}{(2n+3)^2}+\cdots+\dfrac{n}{(2n+n)^2}]$ 的值為__________。

二、填充題：(每格 4 分，共 72 分)

1、下表中各行、各列的數都成無窮等差數列，請問此表中數字 2011 共出現幾次？________

2	4	6	8	10	…
4	7	10	13	16	…
6	10	14	18	22	…
8	13	18	23	28	…
10	16	22	28	34	…
…	…	…	…	…	…

2、對實數 a 和 b，定義 $a*b=a^b+b^a$。如果實數 x 滿足 $2*x=2011$，則 $[\,x\,]$ 的值為________。

(其中$[\,x\,]$ 表不大於 x 的最大整數)

3、袋中有 55 個顏色及大小均相同的球，僅編號不同，分別是 1 號球 1 個，2 號球 2 個，3 號球 3 個，…，10 號球 10 個，今自袋中任取 4 球，則取出的情形有__________種。

4、空間中，已知直線 $L_1:\begin{cases}x=2\\z+3=0\end{cases}$ 與 $L_2:x+2=y-2=z$，則將直線 L_1 與 L_2 投影在平面 $E:x+y+z=0$ 上，所顯示的圖形為___________。

5、設 $a_n=7^n+8^n+9^n$，其中 $n=1,2,3,\cdots\cdots$，試求 a_{100} 除以 512 的餘數為_________。

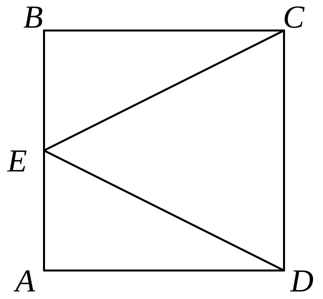
6、n 為自然數，已知 $1\le n\le 2011$，若 $a_n=\log_9 n$ 為有理數，則所有 a_n 的總和為_________。

彰化女中 100 學年度 第一次教師甄選 數學科試題

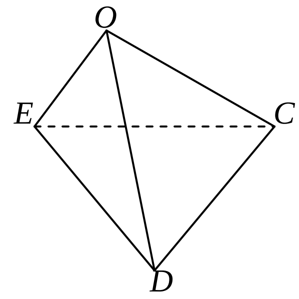
7、設 $f(x)$ 為實係數多項式且滿足 $f(3-i)=7-3i$， $f(2)=2$，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x^2-6x+10)$ 的餘式為____________。

8、設 $z^{28}=1$ 的 28 個根為 $t_1,t_2,\cdots\cdots,t_{28}$，則複數 $t_1^{2009},t_2^{2009},\cdots\cdots,t_{28}^{2009}$ 在複數平面所圍成的圖形為______。

9、如下圖(1)，用邊長 20cm 的正方形紙板 $ABCD$ 做模型，做法：取 $\overline{AB}$ 邊上的 E 點，連結 $\overline{CE}$ 、 $\overline{DE}$ ，沿 $\overline{CE}$ 和 $\overline{DE}$ 將 ΔADE 和 ΔBCE 折起，並將 $\overline{EA}$ 、 $\overline{EB}$ 連接起來，此時 A 與 B 重合於 O 點，如下圖(2)，則這個四面體模型 $OCDE$ 的容積為________立方公分。

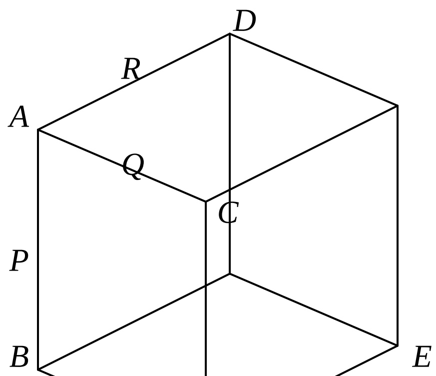


圖(1)



圖(2)

10、如下圖為一正立方體，若 $\overline{AB}$ ， $\overline{AC}$ ， $\overline{AD}$ 的中點分別為 P，Q，R，則四面體 $APQR$ 和四面體 $EPQR$ 的體積比為________。



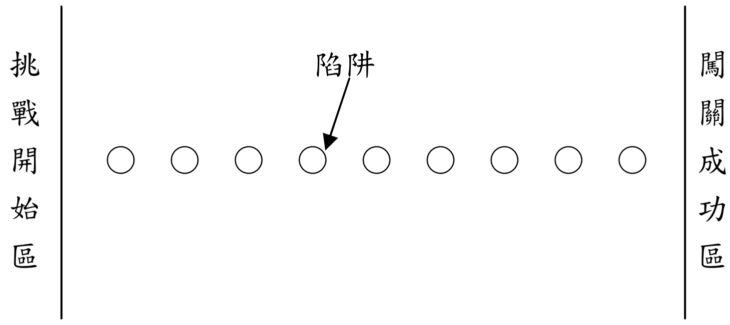
11、四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，$\overline{AC}$ 為直徑且 $\overline{AC}=2$，又 $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AD}$，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 E 點，則 $\overline{BD}$ 長度為______。

12、坐標平面上，已知點 $A(4,0)$ 和 $B(3,3)$ ，P 是橢圓 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 上的動點，則 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 的最小值為_____。

13、已知 x,y,z 為正實數，且滿足 $xyz(x+y+z)=8$，則 $(x+z)(y+z)$ 的最小值為__________。

彰化女中 100 學年度 第一次教師甄選 數學科試題

14、有一遊戲設置在河的兩岸，河的中間有 9 塊石頭，闖關者若能從開始區平安的到達對岸即成功過關。已知第 4 塊石頭是陷阱，凡是踩到者必跌落河裡無法過關。今有一挑戰者他每一步可跨 1 至 2 塊石頭的距離，則此挑戰者有_________種安全過關的方法。



15、編號 1，2，3，……，9 的卡片 9 張，甲從其中任選 3 張，乙再從剩下的卡片任選 3 張，並且依下列規則比大小：第一回合：兩人手中最大號碼的卡片比較數字大小；

第二回合：兩人手中第二大號碼的卡片比較數字大小；

第三回合：兩人手中最小號碼的卡片比較數字大小；

每回合數字大者該回合獲勝，三回合獲勝較多者為贏家。請問甲有兩回合獲勝的情形有幾種？____

16、設聯立不等式 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}\le 1 \\ |y|\le 2 \end{cases}$ 在坐標平面上所圍成的區域為 $\boldsymbol{R}$，求此區域 $\boldsymbol{R}$ 繞 x 軸旋轉所得旋轉體體積為___________。

17、夜市裡流行著一個遊戲。

遊戲規則是：參賽者必須先付 10 元再擲一粒公正的骰子，若出現 1 點或 6 點，則進入甲套玩法，否則選擇乙套玩法。

甲套玩法：同時取 5 枚銅板丟擲一次，每出現一個正面可贏得獎金 2 元。

乙套玩法：只取一枚銅板丟擲 5 次，在丟擲過程中，出現第 k 個正面可贏得獎金 k 元，$0\le k\le 5$。

試求：玩一次這個遊戲，得獎金期望值為_________元。

18、設雙曲線 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的右頂點為 A，右焦點為 F，過點 F 平行於雙曲線的一條漸近線的直線與雙曲線交於 B 點，則 ΔAFB 的外接圓半徑長為_________。

彰化女中 100 學年度 第一次教師甄選　數學科答案卷

一、填充題：(每格 3 分，共 15 分)

1	2	3	4	5
2	$\frac{\pi}{8}$	∞	4	$\frac{1}{6}$

二、填充題：(每格 4 分，共 72 分)

1	2	3	4	5
6	$-45, 10$	649	一直線與直線外一點	258
6	**7**	**8**	**9**	**10**
$\frac{21}{2}$	$-x^2+9x-12$	正方形	$\frac{1000\sqrt{3}}{3}$	1:5
11	**12**	**13**	**14**	**15**
$\frac{4}{\sqrt{5}}$	$12-\sqrt{58}$	$4\sqrt{2}$	**24**	420
16	**17**	**18**		
$(\frac{320}{3}-40\sqrt{3})\pi$	-5 或 5 皆可	$\frac{\sqrt{21}}{6}$		